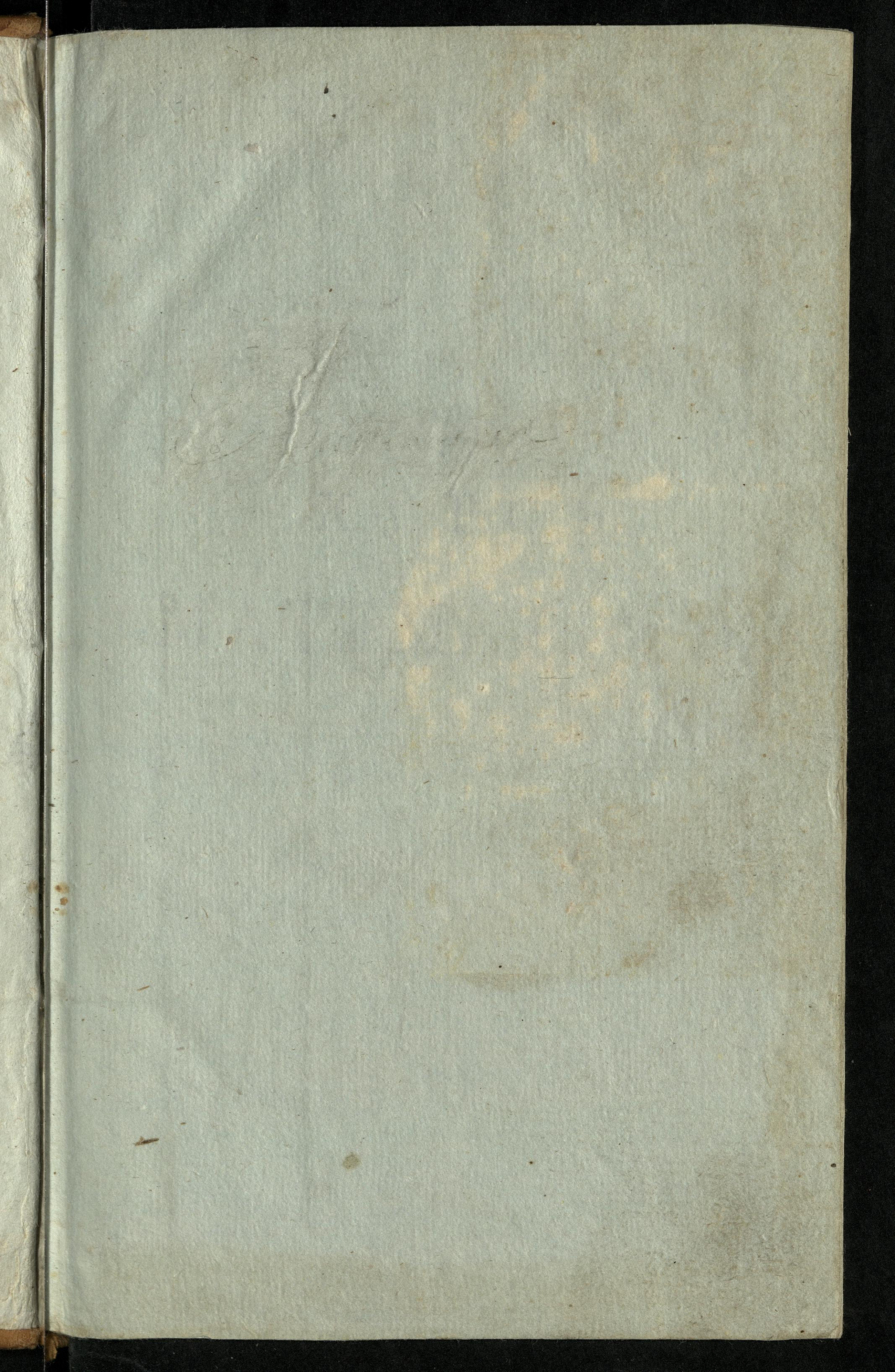




КУРСЪ
МАТЕМАТИКИ.

КУРСЪ МАТЕМАТИКИ

Господина Безу, Члена Французской Академiи Наукъ, Экзаминатора Воспитанниковъ Артиллерiйскаго и Морскаго Корпусовъ, и Королевскаго Цензора.

ПЕРЕВЕДЕНЪ

Васильемъ Загорскимъ

въ

пользу и употребленiе

БЛАГОРОДНАГО ЮНОШЕСТВА, Воспитывающагося въ УНИВЕРСИТЕТСКОМЪ ПАНСIОНѢ

Часть Первая

АРИѲМЕТИКА.

МОСКВА,
въ Университетской Типографiи,
у Ридигера и Клаудiя.
1798.

Съ Одобренїя Московской Цензуры.



ПРЕДИСЛОВІЕ.

Желая по мѣрѣ силъ и познанія своего способствовать успѣхамъ Математическихъ классовъ при Университетскомъ Пансіонѣ, гдѣ поручено мнѣ обучать благородное Юношество *Геометріи*, *Тригонометріи* и *Алгебрѣ*, перевелъ я двѣ части Курса Г. Безу, которыя теперь издаются въ свѣтъ. Сей Курсъ предпочелъ я особенно потому, что онъ сочиненъ также для благородныхъ дѣтей Королевскаго Артиллерійскаго Корпуса, и расположеніе его казалось мнѣ весьма сходно съ планомъ и предметомъ ученія того мѣста, гдѣ имѣю честь служить. Естьли успѣю въ предположенной мною цѣли, то не премину стараться о переводѣ и остальныхъ двухъ прочихъ.

Я не намѣренъ выхвалять его: тѣ, которые читали сей Курсъ, знаютъ цѣну его и превосходство, которое онъ предъ прочими имѣетъ стройнымъ своимъ порядкомъ и точностію, какая Математикѣ свойственна; а тѣ, которые не читали, увидятъ. Скажу только, что самъ Авторъ говоритъ.

Курсъ сей раздѣляется на четыре части:

Въ первой преподается *Ариѳметика.*

Во второй *Геометрія* и *плоская Тригонометрія.*

Въ третей *Алгебра* съ приноровкою ея къ Геометріи, и *Коническое сѣченіе.*

Четвертая заключаетъ *Статику* и *Движеніе* съ нѣкоторыми предложеніями изъ *Гидравлики и Гидростатики.*

Ариѳметика въ небольшой книжкѣ содержитъ не только все то, что можетъ руководствовать къ дальнѣйшимъ Математическимъ познаніямъ, но и къ удовлетворенію нуждъ въ различныхъ другихъ употребленіяхъ. Показывая способы убѣгали мы, для облегченія вниманія начинающихъ, отъ размноженія ихъ для одного и того же предмета; ибо напрасно думаютъ нѣкоторые, чтобъ разсматривать одну вещь въ разныхъ ея видахъ было полезно: это не прежде можетъ быть, какъ по пріобрѣтеніи довольнаго познанія. Для той же причины старались мы въ нѣкоторыхъ мѣстахъ сократить разсужденія и рѣчь свою; начинающіе будучи или мало способны, или совсѣмъ не

способны разсуждать *методически*, теряютъ въ продолжительныхъ доводахъ Логики изъ виду силу доказательства.

Такимъ образомъ желая проложить гладкую и ровную дорогу, представилъ я разсужденія, прежде употребляемыя, въ простѣйшемъ видѣ; а нѣкоторыя изъ нихъ перемѣнилъ на новыя, которыя казались для меня понятнѣе, употребляя повсюду простой и ясной слогъ. Свѣту судить, успѣлъ ли я въ своемъ намѣреніи; однакожъ не должно ожидать, чтобъ Читатель былъ совсѣмъ освобожденъ отъ вниманія; никогда Математическая книга не будетъ написана такая, которую бы можно было читать такъ легко, какъ мы читаемъ Исторію.

Не предполагая въ Читателѣ своемъ инаго свѣденія, кромѣ названія чиселъ и нѣкоторыхъ другихъ столь же простыхъ и обыкновенныхъ понятій, основываю на такомъ познаніи правила Нумераціи какъ простыхъ, такъ и десятичныхъ Чиселъ. Оттуда перехожу къ четыремъ начальнымъ Дѣйствіямъ, которыхъ правила и свойство изъясняю подробно, и даю на нихъ нѣсколько примѣровъ. Дроби истолковываются почти такимъ же образомъ. Разнородныя числа, коихъ исчи-

сленіе требуетЪ по строгости познанія Дробей, последуютЪ за сими.

Хотя я не отвергаю, чтобЪ не должно было никогда заимствовать изЪ другой науки понятій для облегченія той, которую преподаемЪ; однакожЪ думаю, что (какія бы впрочемЪ не были зависимость и связь между тѣми двумя науками) безЪ крайней нужды допускать того не должно. КакЪ Ариѳметика, казалось мнѣ, имѣетЪ достаточные источники кЪ обЪясненію дѣйствій, производимыхЪ при извлеченіи Квадратнаго и Кубическаго корней; того ради я не заимствовалЪ ихЪ инуды, кромѣ правилЪ ея же самой.

То, что предлагаю я о Содержаніяхъ, Пропорціяхъ и Прогрессіяхъ хотя кратко, содержитЪ однакожЪ все нужное для трехЪ прочихЪ, имѣющихЪ последовать за сею, Частей. А какЪ при томЪ не отдаляясь отЪ предположенной цѣли, можемЪ возвратиться кЪ нѣкоторымЪ свойствамЪ Прогрессій вЪ Алгебрѣ; то тамЪ любопытство Читателево и будетЪ удовлетворено совершенно.

Логариѳмы заключаютЪ сію часть; и какЪ они весьма употребительны во всѣхЪ

частяхЪ Математики, то мы занялись ими сЪ особенною подробностію.

Не знаю долженЪ ли я вЪ заключеніе оправдывать себя за то, что изгналЪ изЪ Курса своего слова: *Аксіома*, *Теорема*, *Лемма*, *Прибавленіе*, *Слѣдствіе* и проч. Двѣ причины принудили меня кЪ тому; вопервыхЪ, что употребленіе сихЪ словЪ не прибавляетЪ ничего кЪ ясности доказательствЪ: вовторыхЪ, что такой приборЪ можетЪ обманывать перемѣною начинающихЪ, увѣряя ихЪ, что предложеніе, одѣтое вЪ названіе Теоремы, должно быть столь же удалено отЪ ихЪ понятія, какЪ самое то имя отЪ словЪ обыкновенныхЪ. А чтобЪ ЧитателямЪ, когда они откроютЪ другія книги, и подлинно не показалось, что они зашли вЪ неизвѣстную землю, то должнымЪ почитаю предварить ихЪ, что . . . .

Аксіома значитЪ само по себѣ несомнѣнное предложеніе.

Теорема есть предложеніе, составляющее часть преподаваемой науки, но которое, дабы увѣриться вЪ истинѣ его, требуетЪ разсудительной рѣчи, называемой *Доказательство*.

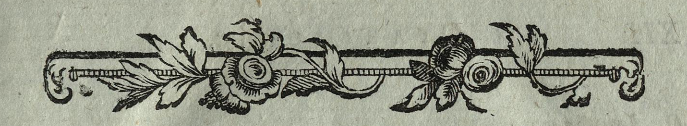
Лемма есть предложеніе, которое хотя существенно не имѣетъ части въ Теоріи трактуемой науки, но способствуетъ переходу отъ одного предложенія къ другому. Она также бываетъ часто предложеніемъ, заимствованнымъ изъ другой науки.

Слѣдствіе означаетъ заключеніе, выводимое изъ какого нибудь предложенія.

Прибавленіе есть замѣчаніе на нѣкоторыя предыдущія предложенія, или повтореніе предыдущаго.

Задача есть вопросъ, которымъ требуется исполнить какое нибудь дѣйствіе или доказать предложеніе.





ОГЛАВЛЕНІЕ.

Стран.

Стран.

ПРЕДУВѢДОМЛЕНІЕ.

Числа, находящіяся въ серединѣ матеріи и въ скобкахъ, означаютъ, въ какомъ параграфѣ той же самой книги должно искать предложеніе, которое Читателю нужно припомнить въ томъ мѣстѣ.





АРИѲМЕТИКА.

Предварительныя понятія о свойствѣ и разныхъ родахъ чиселъ.

---

1. *Количествомъ* называется вообще все то, что можетъ увеличиться или уменьшиться. Пространство, продолженіе, вѣсъ и проч. суть количества. Всякое количество бываетъ предметомъ *Математики*; но *Ариѳметика*, составляющая часть сей науки, разсуждаетъ объ однихъ только количествахъ, изображенныхъ въ числахъ.

2. И такъ *Ариѳметика* есть наука о числахъ: она разсуждаетъ о свойствѣ ихъ и принадлежностяхъ, и подаетъ легчайшія средства какъ для представленія чиселъ, такъ для сложенія и раздѣленія ихъ, что однимъ словомъ называется щотомъ.

3. Дабы получить совершенное понятіе о числахъ, надлежитъ сначала узнать, что такое *единица*.

4. *Единица* есть такое количество, которое принимается (по большей части

произвольно) къ изображенію сравненія между всѣми количествами одного рода.

Почему когда говорится, что такое-то тѣло вѣситъ пять фунтовъ, фунтъ въ семъ случаѣ есть единица, то есть количество, съ которымъ сравнивается вѣсъ тѣла; равнымъ образомъ можно принять лотъ за единицу, и тогда вѣсъ сего тѣла означится уже сто шестьюдесятью.

5. Число изображаетъ, изъ сколькихъ единицъ или частей единицы состоитъ количество.

Ежели количество состоитъ изъ цѣлыхъ единицъ, то число его изображающее называется *цѣлымъ числомъ*; когда же оно состоитъ изъ цѣлыхъ единицъ и частей единицы, или просто изъ частей единицы, тогда такое число именуется *дробнымъ* или *дробью*: *три съ половиною* означаютъ дробное число; *три четверти* производятъ дробь.

6. Число, произносимое безъ означенія виду единицъ, на примѣръ когда просто говоримъ *три* или *трижды*, *четыре* или *четырежды*, называется *отвлеченнымъ числомъ*; когда же вмѣстѣ выговариваемъ и видъ единицъ, *на пр.* четыре фунта, сто ядеръ, въ такомъ случаѣ число сіе именуемъ *дѣйствительнымъ*.

Прочимъ родамъ чиселъ мы намѣрены дѣлать опредѣленія при случаѣ, когда о нихъ будетъ итти рѣчь.

О исчисленіи и десятичныхъ числахъ.

7. Нумерація или исчисленіе есть способъ изображать всякія числа опредѣленнымъ количествомъ именъ и знаковъ. Сіи знаки называются цыфрами.

8. Знаки, употребляемые при семъ исчисленіи, и названія чиселъ ими представляемыхъ, суть слѣдующіе:

0	1	2	3	4	5
Нуль,	одинъ,	два,	три,	четыре,	пять,
6	7	8	9		
шесть,	семь,	восемь,	девять.		

Для изображенія всѣхъ прочихъ чиселъ сими знаками, вообще принято всѣми изъ десяти единицъ составлять одну, которую назвали десяткомъ; сей десятокъ щитать также какъ и единицы, то есть два десятка, три десятка и проч. даже до 9 десятковъ: и при представленіи на письмѣ сихъ новыхъ единицъ употреблять тѣ же самыя цыфры, какія служатъ для простыхъ единицъ, съ тою только перемѣною, что десятки отличаются мѣстомъ и поставляются съ лѣвой стороны въ разсужденіи простыхъ единицъ.

И такъ при означеніи *пятидесяти четырехъ*, содержащаго въ себѣ пять десятковъ и четыре единицы, по общему всѣхъ согласію пишется 54. При изображеніи *шестидесяти*, состоящаго изъ од-

ного числа десятковъ и ничего единицъ, пишется 60 съ прибавленіемъ нуля, которой показываетъ вдругъ, что не находится простыхъ единицъ, и что число 6 есть число десятковъ.

Симъ способомъ можно щитать не изключительно даже до девяноста девяти.

9. Замѣтимъ мимоходомъ свойство сіе въ предлагаемомъ теперь исчисленіи; именно, что цыфра, поставляемая съ лѣвой стороны предъ другою, или послѣдуемая нулемъ, представляетъ число въ десять разъ больше, чѣмъ бы оно было одно.

10. Отъ 99 щитаемъ до девяти сотъ девяноста девяти по тому же самому согласію. Изъ десяти десятковъ составляемъ одну единицу, называя ее *сотнею*; потому что десять, взятыя десять разъ, производятъ сто; сіи сотни щитаемъ отъ одной до девяти, и представляемъ ихъ тѣми же цыфрами, только поставляя сіи цыфры съ лѣвой стороны предъ десятками.

И такъ для изображенія *осьми сотъ пятидесяти девяти*, состоящаго изъ осьми сотенъ, пяти десятковъ и девяти *единицъ*, написать должно 859. Естьли же будетъ *восемь сотъ девять*, состоящее изъ осьми сотенъ, ничего десятковъ и девяти *единицъ*, въ такомъ случаѣ напишется 809; то есть съ постановленіемъ нуля на мѣстѣ десятковъ, коихъ не находится. Напослѣдокъ ежели и единицъ не будетъ, то поставить должно два нуля; такъ для изображенія осьми сотъ напишется 800.

11. Замѣтимъ еще, что въ силу того согласія цыфра, послѣдуемая двумя другими или двумя нулями, означаетъ число во сто разъ больше, чѣмъ бы оно было одно.

12. Отъ девяти сотъ девяноста девяти можно исчислять такимъ же искусствомъ до девяти тысячъ девяти сотъ девяноста девяти, производя изъ девяти сотенъ единицу, которая называется *тысячью*; потому что сто, взятыя десять разъ, равны тысячѣ, щитая сіи единицы, какъ было показано выше, и представляя ихъ тѣми же цыфрами, поставленными съ лѣвой стороны предъ сотнями.

Такимъ образомъ для означенія *семи тысячъ осьми сотъ пятидесяти девяти*, напишется 7859, для означенія *семи тысячъ девяти* напишется 7009, и для семи тысячь 7000; изъ чего явствуетъ, что цыфра, послѣдуемая тремя другими или тремя нулями, представляетъ число въ тысячу разъ больше, чѣмъ бы оно было одно.

13. Продолжая такимъ образомъ совокуплять десять *единицъ* извѣстнаго порядка въ одну *единицу*, и поставлять новыя сіи единицы на мѣстахъ, больше и больше къ лѣвой сторонѣ удаляющихся, напослѣдокъ приходимъ въ состояніе означать единообразно съ помощію однихъ десяти знаковъ всѣ удобовообразимыя цѣлыя числа.

14. Дабы удобнѣе выговорить число, изображенное произвольнымъ числомъ *еди-*

ницъ, надлежитъ раздѣлить его въ умѣ на грани, заключая въ каждой по три цыфры отъ правой руки къ лѣвой и называя каждую грань, начавъ съ правой слѣдующимъ образомъ: *единицы*, *тысячи*, *милiоны*, *билiоны*, *трилiоны*, *квтрилiоны*, *квинтилiоны*, *секстилiоны* и проч. Первая цыфра каждаго отдѣленiя (начиная все съ правой руки) имѣетъ названiе своей грани, вторая десятковъ, а третiя сотенъ; по томъ начавъ отъ лѣвой руки, выговаривается каждая грань, какъ бы она была одна, съ произнесенiемъ на концѣ каждой названiя той самой грани

На примѣръ слѣдующее число:

Квтрилiоны,	трилiоны,	билiоны,	милiоны,
23,	456,	789,	234,
тысячи,	единицы.		
565,	456.		

Выговорится такъ: двадцать три квтрилiона, четыреста пятьдесятъ шесть трилiоновъ, семь сотъ восемдесятъ девять билiоновъ, двѣсти тридцать четыре милiона, пять сотъ шестьдесятъ пять тысячь, четыреста пятьдесятъ шесть единицъ.

15. Изъ предложеннаго исчисленiя, которое безъ всякаго сомнѣнiя принято съ общаго согласiя, выходитъ то, что единицы, изъ которыхъ каждое число состоитъ, по мѣрѣ какъ онѣ отъ правой руки къ лѣвой прибавляются, увеличивается непрестанно въ десять разъ больше, и слѣ-

довашельно для изображенія числа въ десять, сто, тысячу разъ больше, надлежитъ поставить послѣ цыфры его единицъ одинъ, два, три *и проч.* нуля: напротивъ единицы, по мѣрѣ какъ онѣ уменьшаются отъ правой руки къ лѣвой, становятся въ десять разъ меньше.

16. Таково есть настоящее исчисленіе: оно служитъ основаніемъ всѣмъ прочимъ способамъ, употребляемымъ для щету, хотя со всѣмъ тѣмъ во многихъ художествахъ не всегда щитается единственно десятками, десятками десятковъ и проч.

17. При исчисленіи количествъ, меньшихъ принятой единицы, раздѣляется сія послѣдняя на другія малѣйшія единицы. Число ихъ берется само по себѣ произвольное, только такое, которое бы могло измѣрять количества, подлежащія измѣренію; а какъ при сихъ родахъ измѣреній особенно въ виду имѣется то, чтобъ дѣлать сколько можно способнѣйшія и легчайшія выкладки; для сего при исчисленіи единицы въ самыхъ малыхъ частяхъ, не должно сначала раздѣлять ее на большое число частей, но на нѣкоторое извѣстное число ихъ, которыя раздѣлять на другія, а сіи новыя еще на другія малѣйшія. Такимъ образомъ въ монетахъ *рубль* раздѣляется на 10

частей, названныхъ гривнами, *гривна* на 10 копѣекъ, *копѣйка* на 2 денежки, *денежка* на 2 полушки. Равномѣрно въ вѣсахъ, пудъ раздѣляется на 40 фунтовъ, фунтъ на 32 лота, лотъ на 3 золотника и *проч.* такъ что въ первомъ случаѣ щитается десятками и парами, а во второмъ сороками, тритцатью двумя и *проч.*

18. Число, состоящее изъ частей, относящихся такимъ образомъ къ разнымъ единицамъ, называется числомъ *разнороднымъ*; а напротивъ то, которое не содержитъ въ себѣ кромѣ одного вида единицъ, именуется числомъ *однороднымъ*: 8 пудъ есть число однородное; 8 пудъ 25 фунтовъ и 15 лотовъ есть число разнородное.

19. Каждое искусство раздѣляетъ по своему начальную принятую единицу. Раздѣленія сажени отличны отъ раздѣленій пуда; раздѣленія пуда не сходны съ раздѣленіями дня, часа; сіи послѣднія съ раздѣленіями четверти, осьмины и такъ далѣе. Мы покажемъ сіи раздѣленія при истолковании разнородныхъ чиселъ.

20. Но изъ всѣхъ раздѣленій и подраздѣленій, производимыхъ съ единицею, то, которое дѣлается въ десятичныхъ частяхъ, то есть раздробляя единицу на части отъ десяти вдесятеро меньшія, есть неоспо-

римо самое удобное въ щотахъ. Оно весьма употребительно въ Математической практикѣ; представленіе и щотъ десятичныхъ совершенно тѣ же, какія бываютъ съ обыкновенными или цѣлыми числами. Приступимъ къ показанію ихъ.

21. Дабы исчислить въ десятичныхъ части гораздо меньшія единицы, вообразимъ себѣ сію единицу, какая бы она впрочемъ ни была, пудъ ли, сажень и *проч.* сложенную изъ 10 частей, какъ мы воображаемъ десятокъ составленнымъ изъ 10 простыхъ единицъ. Сіи новыя единицы противоположительно десяткамъ названы *десятыми*, и какъ онѣ вдесятеро меньше единицы, для сего поставляются съ правой стороны цыфры, представляющей единицы.

Но дабы предостеречь отъ ошибки, которая можетъ случиться, принимая единицы за десятки, для сего положили согласно всѣ одинажды навсегда опредѣлить мѣсто единицамъ, отдѣленіемъ ихъ особеннымъ знакомъ: употребительнѣйшій изъ всѣхъ есть запятая, которая пишется съ правой стороны цыфры, представляющей единицы, или все одно и то же между единицами и десятыми.

Двадцать четыре единицы и три десятыхъ означутся такъ 24, 3.

22. Можно теперь разсуждать также о десятыхЪ, какЪ о такихЪ единицахЪ, которыя составились изЪ десяти другихЪ, каждой вдесятеро меньше противЪ десятыхЪ и по сходству ставить послѣднія сЪ правой руки *десятыхЪ*. Сіи новыя единицы, будучи вдесятеро меньше десятыхЪ, будутЪ во сто разЪ меньше противу начальныхЪ единицЪ, и потому назовутся *сотыми*.

И такЪ для означенія двατцати четырехЪ единицЪ, трехЪ десятыхЪ и пяти сотыхЪ напишется 24, 35.

23. ВообразимЪ равномѣрно сотыя составленными изЪ десяти частей; сіи части будутЪ вЪ тысячу разЪ меньше начальной единицы, и для того назовутся *тысячными*; а какЪ онѣ вдесятеро меньше сотыхЪ, то должно поставлять ихЪ сЪ правой стороны подлѣ тѣхЪ сотыхЪ. Продолжая дѣлать такимЪ способомЪ раздѣленія отЪ десяти на десять, получимЪ новыя единицы, которыя назовутся попеременно *десятитысячныя*, *стотысячныя*, *милліонныя*, *десятимилліонныя*, *стомилліонныя*, *билліонныя* и *проч.* и поставятся порядкомЪ однѣ подлѣ другихЪ сЪ правой стороны за запятою,

24. Описанныя нами теперь части единицы суть то, что мы назвали *десятичными*.

25. Что касается до способу выговаривать ихъ, то онъ бываетъ точно такой же, какой для обыкновенныхъ чиселъ. По произнесеніи цыфръ, находящихся съ лѣвой стороны запятой, выговариваются и десятичныя такимъ же образомъ, съ прибавленіемъ только на концѣ названія десятичныхъ единицъ послѣдняго виду.

И такъ для изреченія сего числа 34, 572 надлежитъ сказать тритцать четыре единицы и пять сотъ семдесятъ двѣ тысячныя; естьли бы это относилось примѣромъ къ саженямъ, то должно выговорить тритцать четыре сажени и пять сотъ семдесятъ двѣ тысячныя части сажени.

Причину тому легко увидимъ, когда обратимъ вниманіе, что въ числѣ 34, 572 цыфра пять произвольно можетъ быть выговорена, или пятью *десятыми* или пятью стами *тысячными*; понеже одна *десятая* состоя изъ 10 *сотыхъ*, а сотая изъ 10 *тысячныхъ*, десятая будетъ содержать 100 *тысячныхъ*. Равнымъ образомъ и цыфра 7 можетъ выговориться или семью *сотыми* или *семьюдесятью* тысячными, потому что одна *сотая* составляется изъ 10 тысячныхъ.

26. Чтожъ принадлежитъ до виду единицъ послѣдней цыфры, то онъ всегда удобно означится попеременнымъ изреченіемъ на каждой цыфрѣ отъ лѣвой руки къ правой за запятою слѣдующихъ названій: *десятыя*, *сотыя*, *тысячныя*, *десятитысячныя* и проч.

27. Естьли не будетъ цѣлыхъ единицъ, кромѣ частей единицы, въ такомъ случаѣ поставляется нуль на мѣсто единицъ, такъ 125 тысячныя изобразятся 0,125. Когда пожелаешь означить 25 тысячныхъ, то напиши 0,025, поставляя на первомъ мѣстѣ послѣ запятой нуль, какъ для показанія того, что тутъ не находится десятыхъ, такъ и для того, чтобъ дать послѣдующимъ частямъ настоящее знаменованіе. По той же причинѣ 6 десятитысячныхъ напишется тамъ 0,0006.

28. Разсмотримъ теперь перемѣны, какія можетъ произвести въ числѣ переставка запятой.

Понеже запятая опредѣляетъ мѣсто единицъ, и какъ всѣ прочія цыфры получаютъ знаменованіе по разстоянію своему отъ сей самой запятой; чего для ежели запятая относится на одно, два, три и *проч.* мѣста назадъ къ лѣвой рукѣ, въ такомъ случаѣ число уменьшается въ 10, 100,

1000 и *проч.* разъ; напротивъ число увеличится въ 10, 100, 1000 и *проч.* разъ, когда запятая перенесется на одно, два, три и *проч.* мѣста ближе къ правой сторонѣ.

Въ самой вещи изъ числа 4327, 5264, въ которомъ ежели переставивъ запятую на одно мѣсто влѣво, напишешь 432, 75264, явствуетъ, что тысячи перваго числа сдѣлаются сотнями въ новомъ, сотни десятками, десятки единицами, единицы десятыми, десятыя сотыми и такъ далѣе. Почему каждая часть перваго числа сдѣлается вдесятеро меньше по причинѣ сей переставки. Напротивъ когда перенесши запятую черезъ одно мѣсто вправо, напишешь 43275, 264; то тысячи перваго числа обратятся въ десятки тысячь, сотни въ тысячи, десятки въ сотни, единицы въ десятки, десятыя въ единицы и такъ далѣе. Такимъ образомъ сіе новое число есть вдесятеро больше противъ перваго.

Подобное разсужденіе доказываетъ истинну сказаннаго выше, что отъ переставки запятой на два или три мѣста къ лѣвой сторонѣ, число уменьшается во 100 или 1000 разъ; и напротивъ оно усугубляется во 100 или 1000 разъ, когда запятая переносится на два или три мѣста вправо.

29. Последнее замѣчаніе наше о десятичныхъ числахъ состоитъ въ томъ, что величина ихъ отнюдь не перемѣнится, сколько бы впрочемъ ни было приписано нулей къ послѣдней десятичной цыфрѣ, *на пр.* 43,25 есть то же самое, что 43, 250, что 43, 2500, и что 43, 25000 и *проч.*

Ибо когда каждая сотая часть равна 10 тысячнымъ, или 100 десятитысячнымъ и *проч.* то 25 сотыхъ будутъ содержать 250 тысячныхъ, или 2500 десятитысячныхъ и *проч.* Словомъ, все равно, что на мѣсто 3 копѣекъ сказать шесть денежекъ.

О дѣйствіяхъ Ариѳметическихъ.

30. Слагать, вычитать, множить и дѣлить суть четыре начальныя дѣйствія *Ариѳметики.* Всѣ вопросы, какіе только могутъ предложены быть о числахъ, разрѣшаются или нѣкоторыми изъ сихъ дѣйствій, или всѣми сими дѣйствіями. Почему весьма нужно выучить ихъ и затвердить.

31. *Ариѳметика*, какъ мы уже объявили, имѣетъ цѣлью преподать средства къ легчайшему исчисленію чиселъ. Сіи средства состоятъ въ томъ, чтобъ приводить выкладку сложеннѣйшихъ чиселъ въ

выкладку простѣйшихъ, или изображенныхъ сколько можно малѣйшимъ числомъ цыфръ, о чемъ теперь и слѣдуетъ предлагать.

О сложеніи цѣлыхъ чиселъ и десятичныхъ частей.

32. *Сдѣлать сложеніе* значитъ изобразить цѣлую величину многихъ чиселъ однимъ числомъ.

Для сысканія сей цѣлой величины, называемой *суммою*, надлежитъ примѣчать слѣдующее правило:

Напиши всѣ предложенныя числа одни подъ другими такъ, чтобъ цыфры единицъ каждаго находились въ одномъ и томъ же столпцѣ, равнымъ образомъ десятки, сотни и *проч.* по томъ проведи подъ всѣми черту.

Складывай сначала всѣ числа, находящіяся въ столпцѣ единицъ; когда сумма не превосходитъ 9, то напиши ее, какъ она есть, внизу подъ чертою; естьли же она превосходитъ 9, то заключаетъ уже десятки, почему надлежитъ написать внизу только лишекъ числа десятковъ; по томъ принявъ сіи десятки за столько единицъ, сколько ихъ есть, сложи ихъ съ числами послѣдующаго столпца; наблюдай въ суммѣ чиселъ втораго столпца то же самое правило, какое

сказано въ первомъ, и продолжай поступать такъ при каждомъ столпцѣ до последняго, внизу котораго напиши всю сумму, какая найдется. Для лучшаго вразумленія сего правила сдѣлаемъ примѣры.

Примѣръ I.

Пусть будетъ дано сложить 54925 съ 2023: пишу оба сіи числа, какъ слѣдуетъ...

54925
2023
56948 сумма.

И подчеркнувъ все, начинаю съ единицъ, говоря: 5 да 3 составляютъ 8, которое пишу подъ симъ самымъ столпцомъ.

Приступаю къ столпцу десятковъ, въ которомъ говорю: 2 да 2 составляютъ 4; пишу сіе 4 внизу.

Въ столпцѣ сотенъ говорю: 9 и 0 равны 9, которое пишу подъ симъ столпцомъ.

Въ столпцѣ тысячь говорю: 4 да 2 дѣлаютъ 6, и пишу его внизу.

Наконецъ въ столпцѣ десятковъ тысячь говорю: 5 и ничего равняются 5, которое пишу также внизу.

Число 56948, найденное такимъ дѣйствіемъ, есть сумма двухъ данныхъ чиселъ, потому что оно заключаетъ въ себѣ единицы, десятки, сотни, тысячи и десятки тысячь, совокупленныя порознь.

Примѣръ II.

Требуется сумма четырехъ слѣдующихъ чиселъ 6903, 7854, 953, 7327: пишу ихъ, какъ явствуетъ ниже.

6903
7854
953
7327
23037 сумма.

И начиная, какъ показано выше, съ правой руки, говорю: 3 и 4 составляютъ 7, и 3 (*) ... 10 и 7 .. 17; пишу 7 единицъ подъ первымъ столпцомъ, а десятокъ оставляю для сложенія его, какъ единицы, съ числами послѣдующаго столпца, которыя суть также десятки.

Переходя къ сему второму столпцу, говорю: 1, оставленной мною и 0 ... 1 и 5 ... 6 и 5 ... 11 и 2 составляютъ 13; пишу 3 подъ симъ столпцомъ, и оставляю десятокъ за единицу, которую прибавляю къ послѣдующему столпцу, говоря: 1 и 9 .. 10 и 8 ... 18, и 9 ... 27, и 3 составляютъ 30; поставляю 0 подъ симъ столпцомъ, и принимаю вмѣсто трехъ десятковъ три единицы, которыя складываю съ четвертымъ столпцомъ, говоря также: 3 и 6 ... 9, и 7 ... 16, и 7 равняются 23; пишу 3 подъ симъ столпцомъ, а какъ нѣтъ больше другихъ столпцовъ; то приписываю къ сему съ лѣвой руки два десятка, которые бы должны относиться къ пятому столпцу, естьли бы онъ былъ. Число 23037 есть сумма четырехъ предложенныхъ чиселъ.

33. Естьли случатся десятичныя части, то какъ онѣ щитаются десятками по мѣрѣ отдаленія ихъ отъ правой руки въ лѣвую, равно какъ прочія числа; чего для правило при сложеніи ихъ остается точно такое же, съ наблюденіемъ только того, чтобы ставить всегда единицы одного порядка въ одинъ столпецъ.

(*) Дабы избѣгнуть безпрестаннаго повторенія, которое весьма противно слуху, употребилъ я сей знакъ... подразумѣвая подъ нимъ сіи слова: *составляютъ* или *дѣлаютъ* или *даютъ*.

Почему предлагаемыя къ сложенїю три числа 72,957 ... 12,8 ... 124,03, пишу такъ:

72, 957
12, 8
124, 03
209, 787 сумма

И послѣдуя выше показанному правилу получаю за сумму 209,787.

О Вычитанїи цѣлыхъ Чиселъ и десятичныхъ Частей.

34. *Вычитанїе* есть дѣйствїе, которымъ одно число отнимается отъ другаго. То, что выходитъ послѣ сего дѣйствїя, называется *остатокъ* или *разность*.

35. Для исполненїя сего дѣйствїя напиши число, которое должно вычитать, внизу другаго такимъ же образомъ, какъ въ сложенїи; и подчеркнувъ все, вычитай, начиная отъ лѣвой руки къ правой, каждое нижнее число изъ соотвѣтствующаго ему верхняго, то есть, единицы изъ единицъ, десятки изъ десятковъ и проч. Каждой остатокъ, равно какъ и нуль, ежели того не будетъ, поставь внизу подъ проведенною чертою.

Когда нижняя цыфра случится больше соотвѣтствующей ей верхней, въ такомъ случаѣ прибавь къ сей послѣдней десять единицъ, занявъ въ умѣ единицу у ближайшей къ ней съ лѣвой руки, которая

по сей причинѣ уменьшится цѣлою единицею.

ПРИМѢРЪ I.

Предлагается вычесть 5432 изъ 8954; пишу какъ слѣдуетъ:

8954
5432
3522 остатокъ.

И начиная съ единицъ, говорю: 2 отнятое отъ 4 даютъ въ остаткѣ 2, которое пишу внизу; потомъ переходя къ десяткамъ, говорю: 3 вычтенное изъ 5 даютъ 2, которое пишу подъ десятками. Въ третьемъ столпцѣ говорю: 4 изъ 9 даютъ 5, которое пишу подъ симъ столпцомъ. Наконецъ въ четвертомъ говорю: 5 изъ 8 равняются 3, которое пишу подъ 5, и получаю 3522 за остатокъ отъ 5432, вычтеннаго изъ 8954.

ПРИМѢРЪ II.

Требуется вычесть 7987 изъ 27646.

Пишу 27646
7987
19659 остатокъ.

Какъ не можно 7 вычесть изъ 6, то занявъ единицу у ближайшаго къ нему 4, прибавляю къ 6 десять единицъ и говорю: 7 изъ 16 даютъ въ остаткѣ 9, которое пишу подъ 7.

Переходя къ десяткамъ, не говорю больше 8 изъ 4, но 8 изъ 3, потому что сдѣланной заемъ уменшилъ 4 единицею: какъ же 8 не можно отнять отъ 3, для сего прибавляю къ тремъ, какъ и прежде десять единицъ, взявъ единицу у 6 съ лѣвой руки, и говорю: 8 изъ 13 . . . 5, которое пишу подъ 8. Въ третьемъ столпцѣ, говорю также: 9 изъ 5, или лучше (сдѣлавъ какъ выше показано заемъ) 9 изъ 15 . . . 6, которое пишу подъ 9.

Въ четвертомъ столпцѣ должно сказать по той же причинѣ 7 изъ 6 или лучше изъ 16 . . . 9,

которое поставится подЪ 7, а какЪ нѣчего вычитать вЪ пятомЪ столпцѣ; то должно поставить подЪ нимЪ не 2, потому что у 2 заняли единицу, но только 1; послѣ чего 19659 будетЪ остатокЪ.

36. Естьли цыфра, у которой должно занимать, будетЪ нуль; вЪ такомЪ случаѣ заемЪ производится не у сего нуля, но у первой предЪ нимЪ стоящей и значеніе имѣющей цыфры; но хотя впрочемЪ занимается 100 или 1000 или 10000 единицЪ по числу нулей одного, двухЪ, трехЪ и проч. стоящихЪ рядомЪ; совсѣмЪ тѣмЪ дѣйствіе остается тоже, какЪ и прежде, то есть, не болѣе же 10 прибавляется кЪ той цыфрѣ, для которой занимали, и какЪ сіи десять берутся у занятыхЪ 100 или 1000; то сЪ оставшимися 90 или 990 дѣлается расположеніе такое: каждой нуль, сколько ихЪ будетЪ, считается за 9, что нижеслѣдующимЪ примѣромЪ обЪяснится лучше.

ПРИМѢРЪ III.

Ежели изЪ . . . 20064
должно вычесть 17489

2575 остатокЪ.

То говорю сначала (занявЪ у предЪидущей цыфры) 9 изЪ 14 . . . 5; потомЪ какЪ 8 не можно вычесть изЪ 5, равно не льзя занять и у предЪидущей цыфры, которая есть нуль, занимаю у 2 единицу; сія единица, относительно кЪ цыфрѣ, надЪ которой произвожу дѣйствіе, будетЪ значить ты-

сячу. Изъ сей тысячи беру 10, которыя складываю съ 5 и говорю: 8 изъ 15 въ остаткѣ. . . 7

А какъ изъ занятой тысячи употреблено только 10, то изъ оставшихся 990 надлежитъ вычитать цыфры подъ нулями находящїяся, что все равно сдѣлается, когда каждой нуль принявъ за 9, буду говорить 4 изъ 9 въ остаткѣ 5, потомъ 7 изъ 9. . . 2 и наконецъ 1 изъ 1 въ остаткѣ ничего.

37. Ежели при числахъ, данныхъ къ вычитанїю, будутъ находиться десятичныя части, то и въ семъ случаѣ должно послѣдовать точно тому же правилу; только для избѣжанїя замѣшательства, при исполненїи дѣйствїя, въ обоихъ предложенныхъ числахъ сдѣлай одинакое число десятичныхъ цыфръ, приписавъ надлежащее число нулей къ тому, у котораго будетъ меньше десятичныхъ: сїе расположенїе никакой перемѣны не сдѣлаетъ въ величинѣ того числа (29).

ПРИМѢРЪ IV.

Изъ 5403,25
вычесть . . 385,6532

Приписываю два нуля къ десятичнымъ верхняго числа; послѣ чего поступаю съ расположенными такимъ образомъ числами, какъ было выше показано.

$$\begin{array}{r} 5403,2500 \\ 385,6532 \\ \hline 5017,5968 \end{array}$$ остатокъ,

И нахожу остатокъ 5017,5968.

Вмѣсто того, чтобъ уменьшать единицою цыфру, у которой занимается, мож-

но, кому угодно, оставлять ее такою же и прибавлять напротивъ единицу къ той, которую слѣдуетъ вычитать: остатокъ будетъ одинаковъ.

О повѣркѣ Сложенія и Вычитанія.

38. *Повѣркою Ариѳметическаго дѣйствія* называется другое дѣйствіе, изобрѣтенное къ увѣренію себя въ исправности того, что происходитъ по совершеніи перваго.

Повѣрка сложенія дѣлается сложеніемъ вновь по частямъ, начиная только съ лѣвой руки, прежде сложенныхъ суммъ. Сумма перваго столпца вычитается изъ части, соотвѣтствующей ему въ суммѣ нижней; остатокъ пишется внизу; по томъ отъ сего остатка, по приведеніи его въ десятки и сложеніи съ послѣдующею цыфрою той же нижней суммы, вычитается опять сумма втораго столпца; продолжается такое дѣло даже до послѣдняго столпца, изъ котораго вычтенная сумма ничего не должна по себѣ оставлять.

И такъ узнавши прежде, что четырехъ чиселъ

6903
7854
953
7327

Сумма есть . . 23037
3110

Для поверки складываю тѣ же числа, начиная съ лѣвой руки, и говорю: 6 и 7 ... 13, и 7 ... 20, которое отнявъ изъ 23 въ остаткѣ имѣю 3 или 3 десятка; сіи 3 десятка съ послѣдующею цыфрою 0 равны 30. Приступаю ко второму столпцу и говорю: 9 и 8 . . . 17, и 9 . . . 26, и 3 . . . 29, которое вычитаю изъ 30, и получаю въ остаткѣ 1, или 1 десятокъ; сей десятокъ, сложенный съ 3, дѣлаетъ 13. Складываю числа третьяго ряда, говоря: 5 и 5 . . . 10 и 2 . . . 12, по изключеніи сего 12 изъ 13, выходитъ въ остаткѣ 1, или 1 десятокъ, которой съ послѣдующею цыфрою 7 составляетъ 17; складываю наконецъ числа послѣдняго столпца, говоря: 3 и 4 . . . 7, и 3 . . . 10, и 7 . . . 17, по изключеніи котораго изъ 17 ничего не остается: изъ чего заключаю, что первое дѣйствіе сдѣлано вѣрно.

39. Поверка вычитанія дѣлается сложеніемъ найденнаго остатка съ числомъ вычтеннымъ, и ежели сумма сія производитъ то же число, изъ котораго вычитали, то первое дѣйствіе сдѣлано исправно.

По сему вижу, что въ третьемъ данномъ примѣрѣ дѣйствіе сдѣлано исправно, ибо по сложеніи 17489 (вычтеннаго числа) съ остаткомъ 2575, нахожу 20064 то же число, изъ котораго вычиталъ.

О Умноженіи.

40. Умножить одно число на другое значитъ взять первое столько разъ, сколь-

ко во второмъ находится единицъ. Умножить 4 на 3 то же, что взять 4 три раза.

41. Число, подлежащее умноженію, называется *множимое*; а то, на которое множится *множитель*, напослѣдокъ то, что происходитъ по совершеніи дѣйствія, именуется *произведеніе*.

42. Слово *произведеніе* имѣетъ вообще многоразличное значеніе; но мы объявляемъ теперь, что здѣсь именно употреблять его будемъ къ наименованію того только, что выходитъ по сдѣланіи умноженія.

Множимое и множитель называются также *производителями* произведенія; таким образомъ 3 и 4 суть производители 12, потому что трижды 4 производятъ 12.

43. Изъ понятія, даннаго нами о *умноженіи*, явствуетъ, что дѣйствіе сіе совершено быть можетъ, когда написавъ множимое столько разъ, сколько въ множителѣ находится единицъ, сдѣлаемъ послѣ всему сложеніе, *на пр.* для умноженія 7 на 3 можно написать

$$\begin{array}{r} 7 \\ 7 \\ 7 \\ \hline 21 \end{array}$$

И сумма 21, произшедшая изъ сложенія будетъ произведеніе.

Но ежели множитель бываетЪ хотя мало великЪ, то дѣйствіе такое становится продолжительно; чтожЪ мы называемЪ собственно *умноженіемЪ*, то это ничто иное, какЪ средство, ведущее насЪ кратчайшею дорогою кЪ произведенію.

44. Когда мы разсуждаемЪ о числахЪ отвлеченно, то есть, безЪ всякаго вниманія кЪ роду ихЪ единицЪ, вЪ такомЪ случаѣ мало нужды, какое бы изЪ двухЪ чиселЪ, данныхЪ кЪ умноженію, не принято было за множимое или за множителя.

НапримѣрЪ: ежели 4 должно помножить на 3, то все равно помножишь ли 4 на 3, или 3 на 4, произведеніе вЪ обоихЪ случаяхЪ будетЪ 12: ибо трижды 4 все то же, что тройное одинажды четыре; и четырежды 3 ничто другое, какЪ тройное четырежды 1: но одинажды 4 или четырежды 1 безЪ сумнѣнія все одно; такое разсужденіе можетЪ относиться ко всякому другому числу.

45. Но когда при предложеніи вопроса множитель и множимое будутЪ числа значащія, тогда должно отличать множимое отЪ *множителя*: вниманіе такое особенно нужно вЪ умноженіи разнородныхЪ чиселЪ, о которыхЪ говорить будемЪ послѣ.

ВпрочемЪ множимое и множитель удобно различаются между собою по самому вопросу, которымЪ сопровождается умноженіе: ибо то количество, которое надобно повторять нѣсколько разЪ, есть множимое, а

другое, означающее сколько разъ должно повторить множимое, есть множитель.

46. Какъ множитель показываетъ во всѣхъ случаяхъ, сколько разъ должно брать множимое, то онъ бываетъ всегда отвлеченное число.

И такъ когда спрашивается чего должны стоить 36 возовъ дровъ по 52 копѣйки каждой; явствуетъ, что множимое есть 52 копѣйки, которыя должно взять 36 разъ, чтобы впрочемъ сіе число 52 ни значило, возы или другое что.

47. По чему произведеніе, составленное изъ сложенія повторенная множимаго, будетъ имѣть единицы одного рода съ множимымъ.

По маломъ отступленіи семъ, касательно до рода единицъ произведенія и его производителей, возвратимся къ способу, какъ находить произведеніе.

48. Правила умноженія самыхъ сложенныхъ чиселъ состоятъ въ томъ, чтобъ умножать число одной цыфры на число одной же цыфры. Для сего должно затвердить произведенія чиселъ, изображенныхъ одною цыфрою, съ прибавленіемъ къ нему попеременно другаго числа. Можно также, кому угодно, употреблять и слѣдующую таблицу, которой изобрѣтеніе приписуется Пиѳагору.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Первая строка сей таблицы производится прибавленїемъ 1 къ самому себѣ попеременно.

Вторая прибавленїемъ 2 такимъ же образомъ.

Третїя прибавленїемъ 3, и такъ далѣе.

49. Дабы найти посредствомъ сей таблицы произведенїе двухъ чиселъ, изъ которыхъ каждое изображено одною цыфрою; должно сыскать одно изъ тѣхъ чиселъ, на прим. множимое въ верхней строкѣ, и опустившись отъ него прямо внизъ, остановиться на томъ числѣ, которое будетъ стоять противъ множителя, найденнаго въ первомъ столпцѣ: сїе число будетъ произведенїе.

И такъ найдется произведенїе, на прим. 9 на 6, или то, сколько производятъ 6тью 9; когда опустишься отъ 9, взятаго въ первой строкѣ внизъ до числа стоящаго противъ 6, находящагося

въ первомъ столпцѣ; число, на которомъ остановишься, будетъ 54, и слѣдовательно 6 шью 9 равно 54.

Вотъ все то, что нужно для умноженія чиселъ, представленныхъ многими цыфрами; приступимъ къ самому дѣлу.

О Умноженіи на число объ одной цыфрѣ.

50. Напиши множителя, котораго предполагаемъ здѣсь объ одной цыфрѣ, подъ множимымъ; мало до того нужды подъ какою цыфрою, совсѣмъ тѣмъ; дабы ограничишь понятіе, положимъ, что онъ долженъ ставиться всегда подъ цыфрою единицъ.

Умножай сначала цыфру единицъ даннымъ множителемъ; естьли произведеніе содержитъ однѣ единицы, то напиши его все внизу подъ чертою; когдажъ оно заключаетъ въ себѣ единицы и десятки, то подпиши однѣ единицы, а десятки, сочтя за единицы, сколько ихъ есть, удержи въ умѣ.

Умножь такимъ же образомъ число десятковъ множимаго, и къ произведенію прибавь удержанныя въ умѣ единицы; напиши все подъ чертою, ежели можетъ изображено быть одною цыфрою, когдажъ нѣтъ то напиши однѣ только единицы сего произведенія, и запомнивъ десятки его, которые суть сотни, сложи ихъ съ послѣ-

дующимъ произведенiемъ, которое также будетъ состоять изъ сотенъ.

Продолжай множить попеременно всѣ слѣдующiя числа множимаго такимъ же образомъ; порядокъ чиселъ, произшедшiй изъ сего дѣйствiя, означитъ произведенiе.

ПРИМѢРЪ.

Спрашивается сколько въ 864 саженяхъ будетъ аршинъ? Какъ сажень содержитъ 3 аршина, то по вопросу надлежитъ 3 аршина взять 864 раза, или что все равно (44) взять 864 аршина три раза.

Почему пишу 864
3
2592 произведенiе

И говорю, начиная съ единицъ, 3 жды 4 составляютъ 12, пишу 2 и вмѣсто десятка удерживаю въ умѣ 1.

2е. 3 жды 6 . . . 18 и 1, которой у меня въ умѣ, производятъ 19; поставляю 9, а въ умѣ будетъ 1.

3е. 3 жды 8 . . . 24 и 1, удержанной мною въ умѣ, составляютъ 25; сiе число подписываю все, потому что нѣчего болѣе умножать. Число 2592 есть произведенiе или число аршинъ, которое заключается въ 864 саженяхъ, понеже оно содержитъ въ себѣ 3 жды 4 единицы, 3 жды 6 десятковъ, 3 жды 8 сотенъ, и слѣдовательно 3 жды число 864.

О Умноженiи на число о многихъ цыфрахъ.

51. Когда множитель будетъ состоять изъ многихъ цыфръ, тогда съ каждою цыфрою должно дѣлать то же самое, что было предписано въ первомъ случаѣ для одной, начиная всегда съ правой руки. И такъ

умножатся сначала всѣ цыфры множимаго на цыфру единицъ множителя, по томъ на десятки, и напишется второе сіе произведеніе подъ первымъ; а какъ оно должно быть число десятковъ, потому что произошло отъ помноженія на десятки, для сего первая цыфра сего произведенія поставится подъ десятками, а другія послѣдуютъ своему порядку.

Третіе произведеніе, выведенное изъ умноженія на сотни, поставится также подъ вторымъ съ уступкою на одну цыфру: тому же правилу должно послѣдовать и съ прочими.

По совершеніи всѣхъ сихъ умноженій, сложи произведенія въ особенности каждою цыфрою данныя; сумма сія будетъ произведеніе цѣлое.

Примѣръ.

Требуется умножить	65487
на	6958
	523896
	327435
	589383
	392922
	455658546 произведеніе.

Множу сначала 65487 на число 8 единицъ множителя, и ставлю порядкомъ подъ чертою цыфры произведенія 523896, найденнаго мною по данному въ первомъ случаѣ правилу (50).

Множу также число 65487 второю цыфрою 5 множителя, и пишу произведенїе 327435 подъ предъидущимъ произведенїемъ, только поставляя первую цыфру 5 подъ десятками перваго.

Умноживъ тѣмъ же способомъ 65487 на третью цыфру 9, пишу произведенїе 589383 подъ предъидущимъ съ уступкою на одинъ знакъ, то есть поставляя первую цыфру 3 въ порядкѣ сотенъ, потому что число, на которое множилъ, есть число сотенъ.

Наконецъ множу 65487 на послѣднюю цыфру 6 множителя, и подписываю произведенїе 392922 подъ произведенїемъ третьимъ съ уступкою также на одинъ знакъ, дабы послѣдняя его цыфра заняла мѣсто въ порядкѣ тысячь; ибо число, на которое я множилъ, означаетъ тысячи: напослѣдокъ складываю всѣ сїи произведенїя, и получаю 455658546 произведенїемъ числа 65487, помноженнаго на 6958, то есть ту величину, которая выходитъ изъ 65487, взятаго 6958 разъ. Въ самой вещи ясно видѣть можно, что мы взяли 65487 8 разъ въ первомъ дѣйствїи, 50 разъ во второмъ, 900 разъ въ третьемъ и 6000 разъ въ четвертомъ.

52. Ежели множимое или множитель, или оба они будутъ имѣть на концѣ нули; то дѣйствїе сїе сократиться можетъ такимъ умноженїемъ, какъ бы въ тѣхъ числахъ не было нулей; только напослѣдокъ къ произведенїю должно приписать всѣ нули, сколько ихъ числомъ ни есть.

ПРИМѢРЪ.

Требуется умножить 6500
на 350

325
195

2275000 произведенїе.

Умножаю только 65 на 35, и къ сысканному произведенію 2275 приписываю три нуля, находящіяся вообще у множимаго и множителя. Въ самомъ дѣлѣ множимое 6500 представляетъ 65 сотенъ; такимъ образомъ помножая 65, должно подразумѣвать, что въ произведеніи выходятъ сотни. Равномѣрно множитель 35 означаетъ 35 десятковъ, почему при умноженіи на сіи 35 должно подразумѣвать, что въ произведеніи выходятъ десятки: слѣдовательно произведеніе должно быть десятки сотенъ, то есть тысячи; почему оно должно имѣть на концѣ три нуля. Сіе разсужденіе можетъ употреблено быть во всѣхъ прочихъ случаяхъ.

53. Ежели между цыфрами множителя будутъ находиться нули, то, какъ умноженіе на сіи нули производитъ тѣ же нули, въ такомъ случаѣ не должно писать въ произведеніи сихъ нулей; но переходя немедленно къ умноженію на первую значущую цыфру, подпиши произведеніе съ уступкою на столько знаковъ однимъ только больше, сколько слѣдовало нулей въ множителѣ, то есть на два знака, ежели былъ одинъ нуль, на три, когда ихъ было два.

ПРИМѢРЪ.

Когда	42052
должно умножить на	3006
	252312
	126156
	126408312

То по умноженіи на 6 и подписаніи произведенія 252312, умножаю немедленно на 3, но только произведеніе 126156 поставлю такъ, чтобъ оно означало тысячи; почему отдалю его на три знака,

то есть на одинъ знакъ больше числа нулей, содержащихся между цыфрами множителя.

О Умноженіи десятичныхъ Частей.

54. При умноженіи десятичныхъ частей наблюдается тоже правило, какое и въ цѣлыхъ числахъ, безъ всякаго вниманія къ запятой; а нашедши произведеніе должно отдѣлить къ правой рукѣ запятою столько цыфръ, сколько приписано десятичныхъ вообще какъ у множимаго, такъ и множителя.

ПРИМѢРЪ I.

Требуется умножить 54,23
на 8,3

16269
43384
450,109

Множу 5423 на 83, произведеніе выходитъ 450109, и какъ находится 2 десятичныхъ у множимаго и множителя; для сего отдѣляю три цыфры къ правой рукѣ у произведенія; оно сдѣлается таково 450,109.

Причину сего не трудно понять, когда обратимъ вниманіе, что ежели бы множитель былъ 83, произведеніе должно бы имѣть въ десятичныхъ *сотенныя*; понеже множимое 54,23, котораго десятичныя части суть сотенныя, повторилось бы 83 раза; а какъ множитель нашъ есть 8,3, то есть въ десятеро меньше 83, почему и произве-

деніе должно быть въ десятеро меньше, чѣмъ въ первомъ случаѣ; почему послѣдняя цыфра десятичныхъ его должна состоять изъ *тысячныхъ*; слѣдовательно въ произведеніи семъ должно быть три цыфры десятичныхъ, то есть столько, сколько находится ихъ вообще умножимаго и множителя.

Можно принаровить разсужденіе такое во всякомъ другомъ случаѣ.

ПРИМѢРЪ II.

Когда	0, 12
должно умножить на	0 3
	0, 036

То помноживъ 12 на 3, получишь 36; а какъ правило предписываетъ отдѣлять въ семъ произведеніи три цыфры, ихъ же находится только 2, почему, дабы не притти въ замѣшательство, вспомнимъ разсужденіе, данное въ предъидущемъ примѣрѣ и уразумѣемъ, что должно, какъ здѣсь явствуетъ, включить нуль между 36 и запятою; въ самомъ дѣлѣ когда бы 0,12 надлежало умножить на 3, тобы въ произведеніи было 0,36; но какъ слѣдуетъ умножить на 0,3, то есть на число въ десятеро меньше 3, то явствуетъ, что произведеніе должно быть въ десятеро меньше 0,36, то есть въ тысячныхъ. И такъ по предложенному (28) напишется 0,036.

О нѣкоторыхъ употребленіяхъ предъидущаго Правила.

55. Мы не намѣрены исчислять всѣхъ случаевъ, гдѣ можно употребить умноженіе;

а покажемъ только нѣкоторые, могущіе руководствовать насъ къ прочимъ.

56. Умноженіемъ находимъ общую сумму многихъ единицъ, когда будетъ извѣстна величина каждой.

На примѣръ 1 е. чего должны стоить 5842 сажени земляной работы по 95 коп. каждая? — Должно умножить 95 коп. на 5842 или (44) 5842 коп. на 95; получишь 554990 коп. требуемую цѣну. 2 е. Ежели бомба 8 дюймовъ въ поперешникѣ вѣситъ 42 фунта: то сколько будутъ вѣсить 5954 бомбы равнаго съ тою поперешника? Умножь 42 на 5954 или 5954 на 42; и получишь 250068, вѣсъ всѣхъ 5954 бомбъ.

57. Умноженіе употребляется также къ приведенію единицъ нѣкотораго большаго рода въ другія меньшаго рода. На прим. къ приведенію рублей въ копѣйки, а копѣекъ въ денежки; сажени въ аршины, а сихъ послѣднихъ въ вершки; дней въ часы, часовъ въ минуты, а минутъ въ секунды. И какъ часто случается нужда въ такихъ превращеніяхъ, то мы сдѣлаемъ нѣсколько примѣровъ.

Ежели требуется привести 8 рублей 25 копѣекъ и 1 денежку въ денежки; то какъ рубль содержитъ въ себѣ 100 копѣекъ, для сего умножь 100 коп. на 8 (52), въ произведеніи будетъ 800 копѣекъ, которыя сложивъ съ 25 коп. получишь 825 коп. Сіе число 825 коп. умножь на 2, потому что копѣйка имѣетъ 2 денежки, и получишь 1650 ден. которыя будучи сложены съ 1 ден. составятъ 1651 денежку, то есть величину 8 р. 25 к. 1 ден. превращенныхъ въ денежки.

Когда спросится, сколько въ обыкновенномъ году или 365 дняхъ, 5 часахъ, 48 минутахъ будетъ минутъ? То, какъ день состоитъ изъ 24 часовъ, помножь 24 часа на 365, и къ произведенію 8760 часовъ приложи 5 ч. помножь цѣлое 8765 на 60, (52) потому что въ часу находится 60 минутъ и получишь 525900; къ новому сему произведенію приложивъ 48 минутъ, будешь имѣть 525948 число минутъ, содержащихся въ обыкновенномъ году.

О Дѣленіи цѣлыхъ Чиселъ и десятичныхъ Частей

58. *Дѣлить* одно число на другое вообще есть тоже, что искать сколько разъ первое содержитъ въ себѣ второе.

Число, которое дѣлить должно, называется *Дѣлимое*; то, на которое дѣлится *Дѣлитель*; а то, которое показываетъ, сколько разъ дѣлимое содержитъ въ себѣ дѣлителя, именуется *Частное*.

Хотя не всегда въ дѣленіи предметомъ поставляется узнавать, сколько одно число заключаетъ въ себѣ другое; совсѣмъ тѣмъ дѣйствіе во всѣхъ случаяхъ производится такъ, какъ бы оно клонилось къ той цѣли; и для того во всѣхъ случаяхъ можно принимать дѣленіе за дѣйствіе, которымъ ищется сколько разъ дѣлимое содержитъ въ себѣ дѣлителя.

Отсюду слѣдуетъ, что, ежели дѣлитель умножится на частное число, въ про-

изведеніи должно выпти дѣлимое, понеже это значитъ взять того же дѣлителя столько разъ, сколько онъ содержится въ дѣлимомъ: и сіе должно принято быть вообще, хотя бы частное было цѣлое число или дробное.

Что касается до рода единицъ частнаго числа, то объ немъ ни по роду единицъ дѣлимаго, ни по роду дѣлителя, ни по тому и другому вмѣстѣ не должно разсуждать; ибо при однихъ и тѣхъ же дѣлимомъ и дѣлителѣ можетъ частное число, хотя численно происходитъ такое же, быть весьма различно родомъ своихъ единицъ, глядя по вопросу даннаго дѣленія.

На прим. естьли по вопросу требуется узнать: сколько въ 8 рубляхъ содержатся 4 рубли? Въ такомъ случаѣ частное будетъ число отвлеченное, показывающее 2 раза. Но когда по вопросу надобно узнать: сколько на 8 рублей купится сажень дровъ, полагая каждую по 4 рубли? Въ семъ случаѣ частное будетъ 2 сажени, число дѣйствительное, котораго родъ не имѣетъ однакожъ никакого сходства ни съ родомъ единицъ дѣлимаго, ни съ родомъ дѣлителя.

И такъ явствуетъ изъ сего, что по одному вопросу, которымъ сопровождается данное дѣленіе, рѣшится о родѣ единицъ частнаго числа.

О Дѣленіи числа, состоящаго изъ многихъ цыфръ, на число объ одной цыфрѣ.

59. Въ описанномъ нами дѣйствіи предполагается уже извѣстнымъ, какъ находить сколько разъ число объ одной или двухъ цыфрахъ содержитъ въ себѣ другое объ одной же цыфрѣ. Познаніе сего пріобрѣтается затверженіемъ въ памяти произведеній чиселъ, состоящихъ изъ одной цыфры.

Можно также достигнуть до сего употребленіемъ выше означенной таблицы (48). На примѣръ желая знать сколько 9 содержится въ 74? ищу дѣлителя 9 въ верхней строкѣ, и опускаясь отъ него прямо внизъ до того числа, которое больше съ 74 сходствуетъ, какъ здѣсь 72; число 8, стоящее въ первомъ столпцѣ противъ 72 есть число разъ или искомое частное.

Но предположеніи сего, вотъ какимъ образомъ дѣлается дѣленіе числа о многихъ цыфрахъ на число объ одной.

Написавъ дѣлителя подлѣ дѣлимаго рядомъ, проведи между ими черту; подчеркни дѣлителя, подъ которымъ и пиши цыфры частнаго числа по мѣрѣ, какъ онѣ будутъ сыскиваться.

Возьми первую цыфру съ лѣвой стороны дѣлимаго, или двѣ первыя, естьли та одна не содержитъ въ себѣ дѣлителя.

Сыщи сколько сія первая или двѣ первыя цыфры содержатъ въ себѣ дѣлителя, и число разъ напиши подъ дѣлителемъ.

Умножь дѣлителя на частное и поднеси произведеніе подъ число, взятое у дѣлимаго.

Напослѣдокъ вычти произведеніе сіе изъ соотвѣтствующей ему части дѣлимаго; получишь остатокъ.

Къ остатку сему снеси послѣдующую цыфру начальнаго дѣлимаго, чрезъ что будешь имѣть второе особое дѣлимое, съ которымъ поступай, какъ съ первымъ, поставляя частное число съ правой руки подлѣ того, которое уже ты сыскалъ, умножая дѣлителя симъ частнымъ, подписывая и вычитая произведеніе, какъ предъ симъ показано.

Снеси равномѣрно къ остатку сего дѣленія послѣдующую цыфру дѣлимаго за той, которую ты уже снесъ, и продолжай поступать предписаннымъ способомъ даже до послѣдней цыфры.

Правило сіе можетъ объяснено быть лучше слѣдующимъ примѣромъ.

ПРИМѢРЪ.

Требуется раздѣлить 8769 на 7.

Пишу оба сїи числа, какъ явствуетъ здѣсь:

Дѣлимое	7 дѣлитель
8769	1252 $\frac{5}{7}$ частное.

$$\begin{array}{r} 7 \\ \hline 17 \\ 14 \\ \hline 36 \\ 35 \\ \hline 19 \\ 14 \\ \hline 5 \end{array}$$

И начиная съ лѣвой руки дѣлимаго, я долженъ бы сказать: 7 сколько разъ содержится въ 8 тысячахъ? Но я говорю просто 7 въ 8 содержится одинъ разъ. Сей 1 въ самой вещи означаетъ тысячу; но я просто пишу его подъ дѣлителемъ 1, потому что послѣдующїя по немъ цыфры должны показать его величину.

Умножаю дѣлителя 7 на частное 1, и ставлю произведенїе 7 подъ частью 8, взятою къ раздѣленїю; потомъ сдѣлавъ вычитанїе, въ остаткѣ получаю 1.

Сей остатокъ 1 есть часть 8, которая не могла раздѣлиться, и будетъ десятокъ въ разсужденїи послѣдующей цыфры 7; по сей причинѣ сношу цыфру 7 и поставляю ее подлѣ остатка 1; потомъ продолжаю дѣйствїе говоря: 7 въ 17 содержится 2 раза. Пишу 2 подлѣ перваго, сысканнаго мною частнаго 1.

Множу, какъ въ первомъ дѣйствїи, дѣлителя 7 на сїе частное 2; подписываю произведенїе 14 подъ новымъ особымъ дѣлимымъ 17, и сдѣлавъ вычитанїе, въ остаткѣ получаю 3, ту часть, которая не могла раздѣлиться.

Къ сему остатку 3 сношу 6, третью цыфру дѣлимаго, и говорю: 7 въ 36 содержится 5 разъ; пишу 5 въ частномъ.

Множу дѣлителя 7 на 5, и подписавъ произведенїе 35 подъ новымъ особымъ дѣлимымъ, вычитаю его, въ остаткѣ будетъ 1.

Къ остатку 1 сношу цыфру дѣлимаго 9, и говорю: 7 въ 19 содержится 2 раза; пишу сїи два въ частномъ.

Умножаю дѣлителя 7 на сїе новое частное 2, и подписавъ произведенїе 14 подъ послѣднимъ особымъ дѣлимымъ 19, получаю разность 5.

Такимъ образомъ нахожу, что 8769 содержитъ въ себѣ 7 столько разъ, сколько частное написанное число означаетъ, то есть 1252 раза, и что еще въ остаткѣ находится 5.

Въ разсужденїи сего остатка скажемъ на первой разъ только то, что онъ приписывается подлѣ частнаго въ такомъ видѣ, какъ явствуетъ изъ примѣра, и выговаривается *пять седьмыхъ.* Мы въ свое время изъяснимъ о свойствѣ сихъ родовъ чиселъ.

60. Ежели въ срединѣ дѣйствїя случится, что какое нибудь изъ особыхъ дѣлимыхъ не можетъ содержать въ себѣ дѣлителя; въ такомъ случаѣ пишется въ частномъ числѣ нуль, и по опущенїи умноженїя сносится слѣдующая другая цыфра къ сему особому дѣлимому, и продолжается дѣленїе.

ПРИМѢРЪ.

Раздѣлить 14464 на 8.

```
14464 | 8
 8    |-----
----  | 1808
 64
 64
----
  064
   64
----
    0
```

Беру здѣсь двѣ первыя цыфры дѣлимаго, потому что въ одной первой дѣлитель не содержится.

Нахожу, что 8 въ 14 содержится 1 разъ; пишу 1 въ частномъ; множу 8 на 1 и вычитаю произведенiе 8 изъ 14, отъ чего разность выходитъ 6; къ сей разности сношу третью цыфру 4 дѣлимаго. Продолжаю, говоря: 8 въ 64 содержится 8 разъ; пишу 8 въ частномъ, и сдѣлавъ умноженiе, произведенiе 64 вычитаю изъ особаго дѣлимаго 64; въ остаткѣ будетъ 0, къ которому сношу 6, четвертую цыфру дѣлимаго; а какъ 8 не содержится въ 6, то пишу 0 въ частномъ и сношу немедленно къ 6 послѣднюю цыфру дѣлимаго 4, потомъ говорю: 8 въ 64 содержится 8; пишу 8 въ частномъ, дѣлаю умноженiе и вычитаю произведенiе 64; но какъ не остается ничего, то заключаю, что 8 въ 14464 содержится 1808 разъ ровно.

О Дѣленiи на число о многихъ цыфрахъ.

61. Когда дѣлитель будетъ о многихъ цыфрахъ, то поступать должно слѣдующимъ образомъ.

Возьми съ лѣвой руки дѣлимаго столько знаковъ, во сколькихъ нужно содержаться дѣлителю.

Сiе сдѣлавъ ищи, не какъ прежде, сколько взятая часть дѣлимаго содержитъ въ

себѣ цѣлаго дѣлителя; но ищи сколько разъ первая цыфра дѣлителя содержится въ первой цыфрѣ дѣлимаго или въ двухъ первыхъ, ежели одного будетъ недостаточно; поставь сіе частное, какъ прежде, подъ дѣлителемъ.

Умножь разомъ по предписанному правилу (50) всѣ цыфры дѣлителя симъ частнымъ, и подпиши цыфры произведенія подъ цыфрами особаго дѣлимаго сходственно. Сдѣлай вычитаніе, и къ остатку снеси слѣдующую цыфру дѣлимаго цѣлаго; потомъ продолжай тѣмъ же самымъ образомъ.

Обьяснимъ сіе нѣкоторыми примѣрами, и предваримъ о случаяхъ, гдѣ можетъ произойти замѣшательство.

ПРИМѢРЪ I.

Дано раздѣлить 75347 на 53.

```
75347 | 53
53    |------
----  | 1421 34/53
 223
 212
 ---
  114
  106
  ---
    87
    53
    --
    34
```

Беру только двѣ первыя цыфры дѣлимаго, потому что дѣлитель можетъ въ нихъ содержаться, и вмѣсто того, чтобъ сказать сколько разъ 53 содержится въ 75? ищу сколько разъ 5 десятковъ

53 содержатся въ 7 десяткахъ 75, то есть сколько 5 содержится въ 7? нахожу одинъ разъ, и потому въ частномъ пишу 1.

Множу 53 на 1 и ставлю произведенїе 53 подъ 75; по сдѣланїи вычитанїя, остается 22, къ которому сношу цыфру 3 дѣлимаго, и продолжаю, говоря для большей удобности: 5 въ 22 (вмѣсто 53 въ 223) содержится 4 раза, которое пишу въ частномъ.

Множу разомъ на 4 обѣ цыфры дѣлителя и подписываю произведенїе 212 подъ особымъ дѣлимымъ 223; вычитаю и въ остаткѣ имѣю 11; къ сему остатку сношу цыфру 4 дѣлимаго, и говорю просто, какъ выше: 5 въ 11 содержится 2 раза; пишу его въ частномъ, и множу 53 на 2, что производитъ 106, которое ставлю подъ особымъ дѣлимымъ 114; по вычитанїи 106 изъ 114 въ остаткѣ будетъ 8, къ которому сношу послѣднюю цыфру; наконецъ продолжая поступать, какъ въ предъидущихъ дѣленїяхъ, нахожу 1 для частнаго и 34 въ остаткѣ, которое приписываю подлѣ частнаго, какъ показано (59).

62. По строгости надлежало бы искать вездѣ, сколько разъ цѣлый дѣлитель содержится въ каждомъ особомъ дѣлимомъ; но какъ такое изысканіе можетъ часто быть труднымъ и продолжительнымъ; то довольствуемся, какъ явствуетъ изъ предъидущаго примѣра, находить только то, сколько разъ главная часть сего дѣлимаго содержитъ въ себѣ главную часть дѣлителя. Хотя же частное, найденное такимъ образомъ, не всегда бываетъ справедливо; ибо принимая главныя сіи части дѣлимаго и дѣлителя, находимъ содержаніе между цѣлыми ими на отгадъ и приближеніемъ; со-

всѣмъ тѣмъ сія угадка, сверьхъ того что бываетъ почти всегда удачна, да когда и не удачна, мало отдаляетъ однакожъ отъ истины. Примѣромъ ежели бы особое дѣлимое содержало въ себѣ въ самой вещи дѣлителя только 3 раза, а по приноровкѣ нашлось бы 4 раза; то легко увидѣть можно, что по совершеніи умноженія на 4, произведеніе будетъ гораздо больше, чѣмъ дѣлимое; понеже дѣлитель взятъ однимъ разомъ больше, чѣмъ онъ въ самомъ дѣлѣ содержится въ дѣлимомъ, и потому вычитаніе сдѣлается не возможнымъ; въ такомъ случаѣ частное должно уменьшаться попеременно одною, двумя и проч. единицами до тѣхъ поръ, пока произведеніе можно будетъ вычитать: напротивъ ежели бы по приноровкѣ написали въ частномъ только 2, то остатокъ по вычитаніи вышелъ бы больше или равенъ дѣлителю; это показало бы, что дѣлитель еще можетъ содержаться, и слѣдовательно частное число мало.

Впрочемъ способность предвидѣть, чѣмъ должно увеличить или уменьшить частное, сысканное приноровкою, пріобрѣтается легко и въ короткое время.

ПРИМѢРЪ II.

Требуется раздѣлить 189492 на 375.

$$\begin{array}{r|l} 189492 & 375 \\ 1875 & 505\frac{117}{375} \\ \hline 1992 & \\ 1875 & \\ \hline 117 & \end{array}$$

Беру четыре первыя цыфры дѣлимаго, потому что въ трехъ первыхъ дѣлитель не содержится.

По томъ говорю: 3 въ 18 содержится 6 разъ; помноживъ 375 на 6, въ произведенiи получаю число больше, чѣмъ дѣлимое 1894; чего для пишу только 5 въ частномъ; множу 375 на 5, и подписавъ произведенiе подъ 1894, дѣлаю вычитанiе, и нахожу въ остаткѣ 19.

Сношу къ сему остатку 19 число 9 дѣлимаго; а какъ вижу, что 199 не содержитъ въ себѣ 375, то ставлю въ частномъ 0, и сношу еще цыфру 2 дѣлимаго, отъ чего получаю 1992; въ семъ новомъ дѣлимомъ говорю: 3 въ 19 содержится 6 разъ; но по той же причинѣ, которую теперь только показали, не пишу въ частномъ 6, но 5; и продолжая дѣйствiе нахожу въ остаткѣ 117.

63. Хотя мы для удобнѣйшаго понятiя сего правила и предписали ставить всегда подъ особымъ дѣлимымъ произведенiе, которое находится умноженiемъ дѣлителя на частное; но какъ Ариѳметика имѣетъ цѣлiю сколько можно сокращать дѣйствiя, то мы поставляемъ себѣ за должность наставить, какъ можно обойтись безъ подписанiя сихъ произведенiй, и дѣлать вдругъ вычитанiе при умноженiи порознь каждой

цыфры дѣлителя. Слѣдующій примѣръ лучше можетъ объяснить сіе.

ПРИМѢРЪ.

756984 надобно раздѣлить на 932.

```
756984 | 932
 1138  |------
  2064 | 812 100/932
------
   200
```

Взявши четыре первыя цыфры дѣлимаго, которыя нужны для сего, нахожу, что 9 въ 75 содержится 8 разъ; пишу 8 въ частномъ, но вмѣсто того, чтобъ подносить произведеніе 932 на 8 подъ 7569, я умножаю сначала 2 на 8, что производитъ 16: какъ же не можно 16 вычесть изъ 9, то занимаю у предъидущей цыфры 6 одинъ десятокъ, которой сложивъ съ 9 получаю 19; изъ сей суммы 19 отнимаю 16, въ остаткѣ 3, которое пишу внизу. Но дабы не потерять щоту сего десятка, то я вмѣсто того, чтобъ уменьшить единицою цыфру 6, удерживаю въ умѣ сію единицу и прикладываю ее къ послѣдующему произведенію; такимъ образомъ продолжая умноженіе говорю: 8 мью 3 . . . 24 и 1, которой у меня въ умѣ, составляютъ 25; а какъ не можно вычесть 25 изъ 6, занимаю у предъидущей цыфры 5 дѣлимаго два десятка, которые сложивъ съ 6, имѣю 26; изъ сей суммы вычитаю 25, въ остаткѣ 1, которой пишу подъ 6; симъ дѣйствіемъ не потерянъ щотъ и занятаго прежде десятка, которымъ бы надлежало уменьшить 6, потому что я вычелъ десятокъ лишку. Не потеряю равномѣрно щота и занятыхъ послѣ двухъ десятковъ, ежели продолжая буду говорить: 8 мью 9 . . . 72 и занятыя 2 составляютъ 74, которыя будучи вычтены изъ 75 дадутъ въ остаткѣ 1.

Сношу къ остатку 113ти цыфру 8 дѣлимаго, и продолжаю тѣмъ же способомъ, говоря: 9 въ 11 содержится 1 разъ; по томъ единожды 2 . . . 2, которое отнявъ изъ 8, въ остаткѣ будетъ 6; единожды

3 ... 3, которое отнявъ изъ 3, въ остаткѣ будетъ 0; однажды 9...9, которое отнявъ изъ 11, въ остаткѣ будетъ 2.

Сношу цыфру 4 къ остатку 206, и говорю: 8 въ 20 содержится 2 раза, и дѣлая помноженіе 2жды 2 ... 4, которое отнявъ изъ 4, въ остаткѣ будетъ 0; 2жды 3... 6; 6 изъ 6 въ остаткѣ 0; наконецъ 2жды 9 ... 18, которое отнявъ отъ 20, въ остаткѣ получаю 2.

Въ продолженіи сихъ особыхъ дѣленій случиться можетъ, что дѣлитель будетъ содержаться въ дѣлимомъ больше 9 разъ; однакожъ не должно никогда поставлять въ частномъ больше 9; ибо когда можно будетъ поставить 10, то это значитъ, что частное, найденное предъидущимъ дѣйствіемъ, не справедливо, понеже десятокъ, сысканной въ семъ послѣднемъ частномъ, долженъ принадлежать къ прежнему частному.

64. Ежели дѣлимое и дѣлитель будутъ послѣдуемы нулями, въ такомъ случаѣ можно отнять у того и другаго по стольку нулей, сколько находится у того, которой имѣетъ ихъ меньше.

На примѣръ для раздѣленія 8000 на 400, я буду дѣлить только 80 на 4; ибо нѣтъ ни малаго сумнѣнія, что 80 сотенъ столько же содержутъ въ себѣ 4 сотни, сколько 80 единицъ содержутъ 4 единицы.

О Дѣленіи Десятичныхъ частей.

63. Дабы не останавливаться намъ на излишнихъ мѣлочахъ, то приведемъ дѣйствіе дѣленія десятичныхъ въ одно сіе правило.

Припиши къ тому изъ двухъ предложенныхъ чиселъ, которое имѣетъ меньше десятичныхъ, достаточное число нулей, такъ чтобъ число десятичныхъ было одинаково въ обоихъ; чрезъ это не перемѣнится ни мало величина числа (29); уничтожъ запятыя въ томъ и другомъ, и производи дѣйствіе, какъ съ цѣлыми числами; частное, каково бы не вышло, остается безъ перемѣны.

ПРИМѢРЪ.

Требуется раздѣлить 12, 52 на 4, 3.
Пишу . . . . 12, 52 | 4, 3

Или лучше . . 12, 52 | 4, 30 . . . .
дополняя число десятичныхъ.

И по уничтоженіи запятой должно дѣлить 1252 на 430,
производя дѣйствіе . . . 1252 | 430

$$\begin{array}{r|l} 1252 & 430 \\ \underline{392} & 2\frac{392}{430} \end{array}$$

Нахожу 2 въ частномъ и 392 въ остаткѣ, то есть частное число будетъ 2 и $\frac{392}{430}$

Но какъ въ десятичныхъ числахъ предметомъ имѣется избѣгать обыкновенныхъ дробей; по чему вмѣсто того, чтобъ пи-

сать остатокъ въ видѣ дроби, какъ мы здѣсь поставили, будемъ продолжать дѣйствіе такъ, какъ нижеслѣдующій примѣръ показываетъ.

Примѣръ.

```
1252 | 430
     |-----
     | 2,9116
3920
 500
  700
 2700
  120
```

По сысканіи частнаго числа въ цѣлыхъ, какъ здѣсь 2, припиши къ остатку 392 нуль, которой въ самомъ дѣлѣ увеличитъ остатокъ сей въ десятеро; продолжай раздѣлять на 430, и нашедши для частнаго 9, поставь его тамъ, но по означеніи мѣста цѣлымъ единицамъ, то есть отдѣленіемъ 2 запятою; по сей причинѣ 9 будетъ показывать десятыя: по совершеніи умноженія и вычитанія припиши къ остатку 50 опять нуль, что тоже будетъ, какъ бы ты въ первомъ случаѣ написалъ ихъ два при дѣлимомъ; но поставивъ за 9 найденное частное 1, дашь симъ самымъ истинную ему величину, понеже оно будетъ означать сотни; продолжай такимъ образомъ до тѣхъ поръ, пока разсудишь за нужное. Приводя частное въ два десятичные знака, мы узнаемъ величину сего частнаго безъ нѣкоторой сотенной части единицы; приводя же въ три цыфры находимъ частное безъ нѣкоторой части тысячной и такъ далѣе, ибо не можно прибавить единицы больше или меньше къ частному, не увеличивъ или не уменшивъ его.

66. Остается теперь изъяснить, для чего уничтоженіе запятой въ дѣлимомъ и дѣлителѣ не производитъ ни какой перемѣ-

ны въ частномъ, когда число десятичныхъ сдѣлается равно въ обоихъ тѣхъ числахъ. Понять это не трудно, потому что въ показанномъ примѣрѣ дѣлимое 12,52 и дѣлитель 4,30 не иное что суть, какъ 1252 сотенныя и 430 сотенныя; а какъ цѣлыя единицы равняются сотнямъ сотенныхъ (22), то нѣтъ сомнѣнія, что 1252 сотыя содержатъ въ себѣ 430 сотыхъ также, какъ 1252 единицы содержатъ 430 единицъ; почему запятыя остаются безполезны, когда число десятичныхъ будетъ равно.

О повѣркѣ Умноженія и Дѣленія.

67. Можно вывести изъ самаго опредѣленія, какое мы сдѣлали каждому изъ двухъ предидущихъ дѣйствій, способъ дѣлать имъ повѣрку.

Понеже въ умноженіи берется множимое столько разъ, сколько множитель заключаетъ въ себѣ единицъ, то слѣдуетъ, что ежели при изысканіи, сколько разъ произведеніе содержитъ въ себѣ множимое, раздѣлится (58) произведеніе на множимое, въ частномъ числѣ долженъ выйти множитель; и *вообще ежели произведеніе изъ умноженія раздѣлится на одного котораго нибудь производителя; въ частномъ числѣ долженъ выходить всегда другой производитель.*

На примѣръ нашедши выше (50), что 864 помноженное на 3 составляютъ 2592; раздѣлю 2592 на 864, въ частномъ числѣ долженъ найти и нахожу дѣйствительно 3.

68. Понеже въ дѣленіи частное число означаетъ сколько разъ дѣлимое содержитъ въ себѣ дѣлителя, равномѣрно заключаемъ, что, ежели возмется дѣлитель столько разъ, сколько означаетъ частное, то есть ежели дѣлитель умножится на частное, въ произведеніи должно выйти дѣлимое, когда дѣленіе было сдѣлано безъ остатку; когдажъ оно было сдѣлано съ остаткомъ; то дѣлимое должно выйти опять, ежели дѣлитель умножится на частное, и съ произведеніемъ сложится остатокъ дѣленія.

На примѣръ, нашли мы выше (62) по раздѣленіи 189492 на 375, въ частномъ числѣ 505 и въ остаткѣ 117, теперь помноживъ 375 на 505, находимъ въ произведеніи 189375, а сложивъ съ нимъ остатокъ 117, имѣемъ дѣлимое 189492.

По сему умноженіе и дѣленіе взаимно служатъ другъ другу повѣркою.

Нѣкоторыя употребленія предъидущаго правила.

69. Дѣленіе состоитъ не только въ томъ, чтобъ сыскивать сколько разъ одно число содержитъ въ себѣ другое, но и служитъ еще къ раздѣленію числа на равныя части. Взять половину, треть, четверть,

пятую, двадцатую, тридцатую долю и проч. изЪ какого нибудь числа, значитЪ раздѣлить его на 2, 3, 4, 5, 20, 30, и проч. или раздѣлить его на 2, 3, 4, 5, 20, 30 и проч. равныя части, дабы взять изЪ сихЪ частей одну.

Между прочими примѣрами такого употребленія дѣленію, представляемЪ теперь слѣдующій, вЪ которомЪ требуется найти среднее количество между многими другими. ПоложимЪ, что по сдѣланіи десяти пробЪ изЪ одной мортиры нашлось десять слѣдующихЪ выстрѣловЪ (*).

Удары,	Выстрѣлы
	сажень
1 - -	- - - - - 1231
2 - -	- - - - - 1192
3 - -	- - - - - 1223
4 - -	- - - - - 1200
5 - -	- - - - - 1227
6 - -	- - - - - 1144
7 - -	- - - - - 1186
8 - -	- - - - - 1219
9 - -	- - - - - 1229
10 - -	- - - - - 1164
сумма выстрѣловЪ	12015
средній выстрѣлЪ	$1201\frac{5}{10}$

(*) ЗдѣсЬ подЪ выстрѣломЪ разумѣется то разстояніе, на которое летитЪ ядро.

То, что разумѣется здѣсь подъ среднимъ количествомъ, есть каждое количество изъ многихъ, которыя ежели въ общей суммѣ всѣ равны между собою; и такъ явствуетъ изъ сего, что величина каждаго, ежели они всѣ равны между собою, найдется тогда, когда общая сумма раздѣлится на столько частей, сколько находится числомъ количествъ; почему и въ семъ примѣрѣ должно раздѣлить сумму 12015 на 10 частей, частное 120 $\frac{5}{10}$ будетъ количество или выстрѣлъ средній, и называется такъ потому, что имѣетъ среднее мѣсто между всѣми прочими.

Въ обыкновенныхъ практическихъ исчисленіяхъ отбрасывается та дробь, которая бываетъ ниже половины; когдажъ напротивъ она будетъ свыше или равна половинѣ единицы, въ такомъ случаѣ прибавляется единица лишку.

70. Дѣленіе служитъ также къ приведенію единицъ меньшаго рода въ единицы большаго рода, на примѣръ, нѣкотораго числа денежекъ въ копѣйки, а копѣекъ въ рубли.

При приведеніи 5865 денежекъ въ копѣйки надлежитъ примѣчать, что какъ 2 денежки составляютъ одну копѣйку, того ради сколько разъ 2 денежки содержатся въ 5865 денежкахъ, столько будетъ копѣекъ; почему должно дѣлить на 2, въ частномъ найдется 2932 коп. и 1 ден. въ остаткѣ. Для приведенія же 2932 коп. въ рубли, раздѣли 2932 на 100, потому что 100 коп. входятъ къ составленію рубля, и получишь въ цѣлости 29 рублей 32 копѣйки 1 денежку.

71. При случаѣ дѣленія сего на 100 замѣтимъ, что въ дѣленіи на число послѣдуемое нулями можно сокращать дѣйствіе помараніемъ съ правой руки у дѣли-

маго столькихъ цыфръ, сколько находится у дѣлителя нулей; дѣлится только остальная часть съ лѣвой стороны на значущія цыфры дѣлителя; ежели будетъ остатокъ, то приписываются къ нему помаранныя цыфры, что производитъ весь остатокъ.

Въ примѣрѣ, коимъ требовалось бы раздѣлить 5834 на 20, помарываю цыфру 4, и дѣлю на 2 часть 583, въ частномъ выходитъ 291, въ остаткѣ 1; приписываю къ сему остатку помаранную цыфру 4, что дѣлаетъ въ цѣломъ остаткѣ 14, такимъ образомъ частное будетъ 291 $\frac{4}{20}$

72. *Ежели случится брать сороковую часть изъ даннаго числа пудовъ, то изъ предъидущаго явствуетъ, что должно въ такомъ случаѣ отдѣлить у даннаго числа послѣднюю цыфру съ правой руки, щитать ее за фунты, взять по томъ четвертую часть изъ прочихъ цыфръ и щитать ее за пуды; когдажъ при изысканіи сей четверти случится остатокъ, то оный остатокъ принимать за десятки фунтовъ, полагая его съ лѣвой руки у отдѣленной сначала цыфры.*

На примѣръ, желая знать сороковую часть изъ 54672 пудъ, отдѣляю послѣднюю цыфру 2, которую щитаю за 2 фунта; потому что сороковая часть 2 пудовъ есть 2 фунта: беру четверть изъ 5467, которая будетъ 1366 пудовъ, а какъ въ остаткѣ находится 3. слѣд. искомая сороковая часть будетъ 1366 пудъ и 32 фунта: поставляются же оставшіеся

десятки на мѣстѣ десятковъ фунтовъ потому, что по раздѣленіи десятка пудовъ на 40, въ частномъ числѣ выходитъ десятокъ фунтовъ.

Но когда бы требовалось найти десятую часть, въ такомъ случаѣ стоило бы только, принявъ всѣ цыфры, кромѣ послѣдней съ правой руки за пуды, умножить сію послѣднюю на 4, и щитать сіе четверное число за фунты, потому что десятая часть пуда есть 4 фунта.

О дробяхъ.

73. Дроби, будучи разсматриваемы Ариѳметически, суть числа, коими изображаются количества меньшія единицы.

74. Дабы получить ясное понятіе о дробяхъ, должно вообразить себѣ принятое въ разсужденіе количество такою единицею, которая состоитъ изъ извѣстнаго числа частей или единицъ, такъ какъ мы представляемъ себѣ пудъ состоящимъ изъ 40 частей или 40 меньшихъ единицъ, называемыхъ фунтами.

Одна такая часть или многія изъ нихъ производятъ то, что мы называемъ *дробью единицы*; но дается также сіе названіе и числамъ, ихъ представляющимъ.

75. Дробь можетъ изобразиться двоякимъ образомъ, изъ которыхъ каждой употребленъ

Первымъ способомъ представляемъ наподобіе цѣлыхъ чиселъ части единицы, содер-

жащіяся въ количествѣ, подлежащемъ разсужденію; но въ такомъ случаѣ дается особенное названіе симъ частямъ.

На примѣръ, для изображенія 7 частей, каковыхъ содержится 40 въ пудѣ, употребляется цыфра 7, но выговаривается 7 фунтовъ и пишется 7 фун. Сей способъ означенія частей единицы имѣетъ мѣсто въ разнородныхъ числахъ, о которыхъ будемъ говорить ниже.

76. Но какъ для каждаго раздѣленія, которое можетъ сдѣлаться съ единицою, надлежало бы по сей причинѣ изобрѣсти особенной знакъ; то избѣгая сего, изображаемъ вообще дробь двумя числами, поставляя одно на верьху, а другое внизу подъ проведенною между ими чертою.

И такъ означутся тѣ 7 частей, о коихъ шла рѣчь выше, написаніемъ $\frac{7}{40}$; то есть вообще пишется прежде число, которымъ показывается сколько количество, подлежащее разсужденію, содержитъ въ себѣ частей единицы, потомъ внизу подъ онымъ ставится то, которымъ показывается сколько тѣхъ частей представляемъ въ единицѣ.

Выговариваемъ дробь, произнося сначала верьхнее число (называемое *числитель*); потомъ нижнее (именуемое *знаменатель*) съ прибавленіемъ окончанія ихъ къ наименованію сего послѣдняго.

На примѣръ $\frac{7}{40}$ выговариваемъ *семь сороковыхъ*, $\frac{4}{5}$ выговариваемъ *четыре пятыхъ*: по сему выраженію *четыре пятыхъ*, понимаемъ четыре такіе части, которыхъ надобно пять къ составленію цѣлой единицы.

Изключаются изъ сего общаго окончанія дроби, коихъ знаменатель будетъ 2 или 3 или 4, и которыя произносятся *половинами*, *третьми*, *четвертьми*. Слѣдующія дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ выговариваются такъ: *половина*, *двѣ трети*, *три четверти*.

77. По чему числитель означаетъ, сколько количество, представленное дробью, содержитъ въ себѣ частей единицы, а знаменанатель показываетъ какой величины суть тѣ части, и сколько надобно ихъ къ составленію единицы. Знаменатель называется по тому такъ, что онъ въ самой вещи даетъ значеніе каждой дроби; на примѣръ въ слѣдующихъ дробяхъ $\frac{3}{5}$ и $\frac{2}{7}$ онъ именно показываетъ, что части первой называются *пятыми*, а части второй *седьмыми*.

78. Числитель и знаменатель называются также общимъ именемъ: *двумя терминами* или *членами* дроби.

О Цѣлыхъ, разсматриваемыхъ въ видѣ Дробей.

79. Въ дѣйствіяхъ, принадлежащихъ до дробей, выводятся часто такія дробныя числа, которыхъ числитель бываетъ больше знаменателя или равенъ ему, на примѣръ, $\frac{8}{8}$, $\frac{27}{5}$ и проч.

Сіи виды изображеній не суть дроби, собственно такъ называемыя, но цѣлыя числа, соединенныя съ дробьми.

80. Для выключки цѣлыхъ чиселъ, находящихся въ нихъ, надлежитъ раздѣлить числителя на знаменателя. Частное покажетъ цѣлыя, а остатокъ по раздѣленіи будетъ числитель дроби, которая приписывается къ тѣмъ цѣлымъ.

Такимъ образомъ $\frac{27}{5}$ сдѣлаютъ $5\frac{2}{5}$, то есть пять цѣлыхъ и двѣ пятыхъ.

Ибо какъ въ изображеніи $\frac{27}{5}$ знаменатель 5 показываетъ, что единица состоитъ изъ 5 частей; слѣдовательно сколько разъ 5 содержится въ 27, столько будетъ цѣлыхъ единицъ въ дроби $\frac{27}{5}$.

81. Изъ послѣдующаго увидимъ, что ежели не всякое дѣйствіе, такъ по крайней мѣрѣ умноженія и дѣленія цѣлыхъ чиселъ, соединенныхъ съ дробями, требуютъ для удобности такого превращенія цѣлыхъ въ дробь.

Превращеніе сіе дѣлается помноженіемъ цѣлаго числа на знаменателя дроби, въ которую приводится то цѣлое.

На примѣръ, ежели потребуется 8 цѣлое привесть въ пятыя; то умножь 8 на 5, и получишь $\frac{40}{5}$. Истина сего явствуетъ изъ того, что мы желая превратить 8 цѣлое въ пятыя, принимаемъ еди-

ницу, состоящую изъ 5 частей; слѣд. 8 единицъ будутъ содержать такихъ частей 40. Равномѣрно $7\frac{4}{9}$ приведенныя въ девятыя, превратятся въ $6\frac{67}{9}$.

О перемѣнахъ, которымъ могутъ подлежать члены Дроби безъ перемѣны величины Дроби самой.

82. Нѣтъ сумнѣнія въ томъ, что чѣмъ единица раздѣлится на болѣе частей, тѣмъ болѣе надобно сихъ частей къ составленію одного и того же количества,

Почему можно сдѣлать знаменателя дроби двойнымъ, тройнымъ, четвернымъ и проч. безъ всякой перемѣны въ величинѣ той дроби, лишь бы сдѣланъ былъ равномѣрно числитель двойнымъ, тройнымъ, четвернымъ и проч.

Слѣдовательно вообще можно сказать, что *дробь не перемѣнитъ своей величины, ежели оба члена ея помножатся на одно число.*

Такимъ образомъ $\frac{3}{4}$ есть то же что $\frac{6}{8}$; $\frac{1}{2}$ то же что $\frac{2}{4}$, что $\frac{3}{6}$, что $\frac{5}{10}$ и проч.

83. Изъ сего разсужденія явствуетъ, что чѣмъ меньше находится частей въ единицѣ, тѣмъ меньше надобно сихъ частей къ составленію одного и того же количества; слѣдовательно не перемѣняя дроби можно сдѣлать знаменателя ея въ 2, 3, 4 и проч. раза мень-

ше ; лишь бы равномѣрно и числитель сдѣланъ былъ въ 2, 3, 4 и проч. раза меньше ; и *вообще дробь не перемѣнитъ величины своей, когда оба ея члена раздѣлятся на одно число.*

Дабы увѣриться въ истинѣ сихъ двухъ предложеній, стоитъ только припомнить себѣ, что такое числитель и что такое знаменатель дроби.

Въ самой вещи, помножая знаменателя дроби на примѣръ на 4, означаемъ чрезъ это, что единица раздѣлилась на части числомъ въ четверо больше, которыя по сему въ четверо будутъ меньше ; и такъ надлежитъ, чтобъ дробь не перемѣнилась въ величинѣ своей, взять вчетверо больше тѣхъ частей, что и дѣлаемъ помножая на 4 числителя, которой показываетъ сколько частей берется.

И такъ замѣтимъ, что умноженіемъ и дѣленіемъ на одно число обоихъ членовъ дроби, въ самой вещи дробь не умножается и не дѣлится, потому что они, какъ мы сказали, не перемѣняютъ величины отъ сихъ дѣйствій.

Сіи два предложенныя правила служатъ основаніемъ двухъ слѣдующихъ приведеній ;

которыя находятся въ великомъ употребленіи.

Приведеніе Дробей къ одинакому Знаменателю.

84. 1 е. Для приведенія двухъ дробей къ одинакому знаменателю, умножь какъ числителя такъ и знаменателя первой на знаменателя второй; по томъ оба члена второй каждой порознь на знаменателя первой.

На примѣръ, двѣ дроби $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ приведутся къ одинакому знаменателю такъ: умножу 2 и 3 члены первой дроби, каждой на 4 знаменателя второй, и получу дробь $\frac{8}{12}$, которая (81) будетъ одной величины съ $\frac{2}{3}$.

Умножу равномѣрно два члена 3 и 4 второй дроби, каждой на 3, знаменателя первой, и получу $\frac{9}{12}$ одинакой величины съ $\frac{3}{4}$; такимъ образомъ дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$ превратятся въ $\frac{8}{12}$ и $\frac{9}{12}$, которыя относительно къ первымъ будутъ равны, и имѣть одинакихъ знаменателей.

По самому способу можно заключить, для чего въ каждой новой дроби знаменатель сдѣлался одинаковъ; ибо въ каждомъ дѣйствіи новой знаменатель производится изъ умноженія двухъ начальныхъ знаменателей.

85. 2 е. Ежели случится больше двухъ дробей, то они приведутся къ одинакому знаменателю помноженіемъ двухъ членовъ каждой на произведеніе, выведенное изъ умноженія знаменателей прочихъ дробей.

На примѣрЪ для приведенія четырехЪ дробей $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$ кЪ одинакому знаменателю, множу оба члена 2 и 3 первой на произведеніе трехЪ знаменателей 4, 5, 7 прочихЪ дробей, произведеніе, сысканное мною, говоря: 4 жды 5 . . . 20, по томЪ 7мью 20 . . . 140; почему множу 2 и 3 порознь на 140, и получаю $\frac{280}{420}$ равной величины сЪ $\frac{2}{3}$ (81).

Умножаю равномѣрно два члена 3 и 4 второй дроби на произведеніе знаменателей 3, 5, 7, произведеніе, которое вывожу говоря: 3 жды 5 . . . 15, и 7мью 15 . . . 105; и такЪ множу 3 и 4 каждой членЪ на 105; что производитЪ $\frac{315}{420}$ дробь такой же величины какЪ $\frac{3}{4}$.

Переходя кЪ третей дроби, множу оба члена ея 4 и 5 порознь на 84, произведеніе трехЪ знаменателей 3, 4 и 7; и получаю $\frac{336}{420}$ вмѣсто $\frac{4}{5}$.

НаконецЪ для четвертой множу 5 и 7 порознь на произведеніе 60 знаменателей 3, 4, 5 первыхЪ трехЪ дробей, и получаю $\frac{300}{420}$ вмѣсто $\frac{5}{7}$. ТакимЪ образомЪ четыре дроби $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{7}$ превратились вЪ $\frac{280}{420}$, $\frac{315}{420}$, $\frac{336}{420}$, $\frac{300}{420}$ не столько по справедливости простыя, какЪ тѣ, но одинакой сЪ ними величины, и больше удобныя, по причинѣ одинаковаго знаменателя вЪ дѣйствіяхЪ сложенія и вычитанія.

Замѣтимъ, что знаменатель каждой новой дроби, понеже состоитЪ изЪ произведенія всѣхЪ начальныхЪ знаменателей, долженЪ быть для каждой дроби одинЪ и тотЪ же.

86. Ежели случатся дроби, которыхЪ знаменатели содержутся одни вЪ другихЪ, или будутЪ имѣть общихЪ дѣлителей, то правило сіе можно представить вЪ другомЪ видѣ, давЪ простѣйшее значеніе дробямЪ

приведеннымЪ кЪ общему знаменателю, и именно:

Прими за общаго знаменателя такое малѣйшее число, которое бы раздѣлилось безЪ остатку на каждаго знаменателя данныхЪ дробей; а чтобЪ получить числителя для каждой дроби, сходственнаго съ симЪ новымЪ знаменателемЪ, умножь начальнаго числителя дроби на число разЪ, которое содержитЪ вЪ себѣ общій знаменатель каждаго даннаго знаменателя.

На примѣрЪ вЪ дробяхЪ $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{12}$, которыя требуется привести кЪ одинакому знаменателю, принимаю за общаго знаменателя 24 самое малѣйшее число, которое безЪ остатку дѣлится на всѣхЪ данныхЪ знаменателей: и такЪ 24 содержитЪ вЪ себѣ знаменателей 3, 4, 6, 8, 12, вЪ особенности каждаго столько разЪ, какЪ слѣдующими числами изображается 8, 6, 4, 3, 2, и для сего ставлю сіи числа, какЪ явствуетЪ ниже, каждое подЪ сходственною съ нимЪ дробью.

$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{7}{12}$.
8	6	4	3	2.

И помноживЪ каждаго числителя на соотвѣтствующій ему членЪ вЪ нижней строкѣ, получаю:

$\frac{16}{24}$ $\frac{18}{24}$ $\frac{20}{24}$ $\frac{9}{24}$ $\frac{14}{24}$.

Дроби, приведенныя кЪ общему простѣйшему знаменателю.

О Приведеніи Дробей въ простѣйшее значеніе, или о Сокращеніи Дробей.

87. Дробь тѣмъ простѣе бываетъ, чѣмъ меньшими числами изображаются оба ея члена. Не рѣдко случаются такія дроби, которыя можно представлять въ другихъ меньшихъ числахъ, и сіе бываетъ тогда, когда числитель и знаменатель дѣлятся безъ остатка на одно какое нибудь число; а какъ сіе дѣйствіе не перемѣняетъ (83) величины дроби, то и не должно оставлять безъ вниманія сего сокращенія.

Вотъ правило, коему слѣдовать надлежитъ.

Дѣли какъ числителя такъ, и знаменателя на 2, и повторяй сіе дѣленіе до тѣхъ поръ, пока оно производиться можетъ безъ остатка.

Дѣли по томъ оба члена дроби на 3, и продолжай дѣленіе сіе до тѣхъ поръ, пока оно быть можетъ.

Равнымъ образомъ употребляй къ дѣленію попеременно числа 5, 7, 11, 13, 17 и проч. то есть такія числа, которыя не имѣютъ другаго дѣлителя, кромѣ самихъ себя или единицы, и которыя называются *первыми числами*.

Почему одно находится затрудненіе въ томъ, чтобъ узнать, когда должно дѣлить на 2, 3, 5 и проч.

Сему изысканію могутъ пособить слѣдующія наставленія.

Каждое число, окончивающееся парною цыфрою, дѣлится на 2.

Всякое число, котораго сумма цыфръ сложенныхъ вмѣстѣ, какъ бы онѣ представляли простыя единицы, составляетъ 3 или состоитъ изъ 3 нѣсколько разъ взятыхъ, дѣлится на 3.

На примѣръ 54231 дѣлится на 3, потому что цыфры его 5, 4, 2, 3, 1 составляютъ 15, число происходящее изъ 3 взятыхъ 5 разъ.

Тоже самое наблюдается при числѣ 9; ежели цыфры, сложенныя вмѣстѣ, производятъ 9, или число состоящее изъ 9 взятыхъ нѣсколько разъ.

Каждое число, окончивающееся 5 или нулемъ, дѣлится на 5.

Въ разсужденіи числа 7 и прочихъ слѣдующихъ по немъ весьма трудно предписать такія правила, и для того должно приноравливаться дѣленіемъ.

Предложимъ для примѣра сокращенія дробь $\frac{2016}{5796}$. Дѣлю оба числа на 2, потому что послѣднія цыфры каждаго суть парныя, и получаю $\frac{1008}{2898}$. Дѣлю опять на 2, и получаю $\frac{504}{1449}$. Изъ сказаннаго выше

заключаю, что можно дѣлить члены сей новой дроби на 3; дѣлю и получаю $\frac{168}{483}$; дѣлю еще на 3, отъ чего происходитъ $\frac{56}{161}$; наконецъ пробую дѣлить на 7, дѣленіе выходитъ успѣшно и даетъ $\frac{8}{23}$.

Причина, для чего мы предписали дѣлать дѣленіе на первыя только числа 2, 3, 7 и проч. состоитъ въ томъ, что по повтореніи дѣленія на 2 на примѣръ, было бы безполезно дѣлить на 4; понеже когда сіе послѣднее дѣленіе имѣетъ мѣсто, то для большей еще причины дѣленіе на 2 можетъ быть сдѣланс.

88. *Изъ всѣхъ способовъ, какіе быть могутъ употреблены къ приведенію дроби въ простѣйшее значеніе ея, самой удобной и вѣрной состоитъ въ томъ, чтобъ раздѣлить оба члена ея на общій самой большой дѣлитель, какой только быть можетъ; и вотъ правило, какъ находить сей общій самой большой дѣлитель.*

Раздѣли большой членъ дроби на меньшой; когда не будетъ остатка, то сей меньшой членъ будетъ самой большой общій дѣлитель.

Когдажъ случится остатокъ, то раздѣли меньшой членъ на сей остатокъ; и ежели дѣленіе сдѣлается безъ остатка, тогда сей первой остатокъ будетъ самой большой общій дѣлитель.

Но ежели и сіе второе дѣленіе будетъ съ остаткомъ, въ такомъ случаѣ первой остатокъ дѣли опять на другой, и продолжай такимъ образомъ дѣлить предыдущій остатокъ на послѣдній до тѣхъ поръ, пока дѣленіе сдѣлается безъ остатка. Тогда самый послѣдній дѣлитель будетъ общій самой большой дѣлитель обоихъ членовъ дроби.

Наконецъ естьли последній делитель случится единица, то это знакъ, что дробь не можетъ сократиться.

Возмемъ для примера дробь $\frac{3760}{9024}$,

Делю 9024 на 3760, и нахожу въ частномъ 2, въ остатке 1504.

Делю 3760 на 1504; нахожу въ частномъ 2, а въ остатке 752.

Делю первой остатокъ 1504 на второй 752: деленіе выходитъ безъ остатка; изъ сего заключаю, что 752 можетъ делить оба члена дроби $\frac{3760}{9024}$ и привести ее въ простейшее значеніе, которое по совершеніи действія найдется $\frac{5}{12}$.

Въ самомъ деле когда 752 делитъ 1504, то число сіе должно также разделить 3760, которое, какъ мы видели, состоитъ изъ двухъ 1504 и 752; явствуетъ также, что оно должно делить 9024, понеже 9024 состоитъ изъ двухъ 3760 и 1504.

Впрочемъ удобно видеть можно, что 752 есть самой большой общій делитель двухъ членовъ 9024 и 3760; ибо всякой общій делитель сихъ двухъ чиселъ долженъ делить остатокъ 1504, произшедшій отъ деленія сихъ же двухъ чиселъ; равнымъ образомъ всякой общій делитель 3760 ти и 1504 хъ долженъ делить остатокъ 752 после деленія сихъ двухъ чиселъ: но какъ 752 не можетъ разделено быть на число больше себя, следовательно самой большой общій делитель 1504 хъ и 752 хъ есть 752. А понеже 3760 состоитъ изъ двухъ 1504 и 752, то не можетъ иметь съ 1504 общаго другаго делителя, кроме 752; такое же разсужденіе покажетъ, что и между 9024 и 3760 не будетъ большаго другаго делителя, кроме тогожъ 752.

Дробь, разсматриваемая въ различныхъ видахъ, и заключенія, какія изъ того вывести можно.

89. Понятіе, какое мы дали выше о дроби, состоитъ въ томъ, что знаменатель показываетъ изъ сколькихъ частей единица состоитъ, а числитель, сколько тѣхъ частей находится въ количествѣ, изображенномъ дробью.

Можно также принять дробь въ другомъ видѣ: именно считать числителя за нѣкоторое количество, раздѣленное на столько частей, сколько содержится единицъ въ знаменателѣ.

На примѣръ въ $\frac{4}{5}$ можно принять 4 за четыре какія нибудь вещи, за 4 примѣромъ фунта, которые слѣдуетъ раздѣлить на 5 частей; ибо нѣтъ ни малаго сомнѣнія, что одно и тоже будетъ, когда четыре фунта раздѣлишь на 5 частей и возмешь одну изъ тѣхъ частей, или раздѣливъ фунтъ на 5 частей, возмешъ ихъ четыре.

90. И такъ можно принимать числителя дроби за дѣлимое, а знаменателя за дѣлителя; явствуетъ также изъ сего что значатъ тѣ остатки послѣ дѣленія, которые мы ставили подлѣ частнаго числа, какъ изображено (60).

91. Слѣдуетъ изъ сего 1 е. что цѣлое число можно всегда изобразить въ видѣ дро-

би принявъ сiе цѣлое за числителя, и подписавъ внизу единицу на мѣсто знаменателя: такимъ образомъ 8 или $\frac{8}{1}$ будутъ одно и тоже, равно какъ 5 или $\frac{5}{1}$.

92. 2е. Что для превращенiя дроби въ десятичныя надлежитъ принять числителя за остатокъ отъ дѣленiя, въ которомъ знаменатель былъ дѣлителемъ, и поступать, какъ сказано на страницѣ 50, поставляя во первыхъ нуль въ частномъ числѣ на мѣсто единицъ; и такъ найдется, что $\frac{3}{5}$ будетъ составлять въ десятичныхъ 0, 6; что $\frac{5}{9}$ будетъ равна 0,555 и проч. что $\frac{1}{25}$ будетъ значить 0,04, и такъ далѣе.

О Сложенiи Дробей.

93. Когда дроби имѣютъ одинакаго знаменателя, въ такомъ случаѣ сложивъ всѣхъ числителей, подъ суммою ихъ припиши общаго знаменателя.

Почему для сысканiя суммы $\frac{2}{7}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{5}{7}$ складываю 2, 3 и 5, и получаю $\frac{10}{7}$, которую привожу въ 1 $\frac{3}{7}$ (80).

94. Когдажъ дроби не будутъ имѣть одинакаго знаменателя, тогда должно привести ихъ въ такiя показаннымъ (84 и слѣд.) образомъ: послѣ чего сложить новыя сiи дроби, какъ было предписано въ предыдущемъ случаѣ.

На примѣръ требуется сложить $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$; превращаю сіи три дроби въ слѣдующія три другія $\frac{45}{60}$, $\frac{40}{60}$, $\frac{48}{60}$, коихъ сумма будетъ $\frac{133}{60}$, или по приведеніи $2\frac{13}{60}$ (80).

О Вычитаніи Дробей.

95. Ежели двѣ предложенныя дроби имѣютъ одинакаго знаменателя, то вычти числителя одной изъ числителя другой, и подъ остаткомъ напиши общаго знаменателя тѣхъ дробей.

Спрашивается вычесть $\frac{5}{9}$ изъ $\frac{8}{9}$; остатокъ будетъ $\frac{3}{9}$, и по сокращеніи $\frac{1}{3}$ (87).

Когда изъ $9\frac{5}{8}$ будетъ надобно вычесть $4\frac{7}{8}$; въ такомъ случаѣ, понеже не можно отнять $\frac{7}{8}$ изъ $\frac{5}{8}$, займи у 9 единицу, которую приведя въ осьмыя и сложивъ съ $\frac{5}{8}$, получишь $\frac{13}{8}$; изъ сей дроби вычти $\frac{7}{8}$, въ остаткѣ будетъ $\frac{6}{8}$; напослѣдокъ отнявъ 4 изъ 8 цѣлыхъ, оставшихся по займѣ, будешь имѣть всего въ остаткѣ $4\frac{6}{8}$ или $4\frac{3}{4}$.

96. Ежели дроби не будутъ имѣть одинакаго знаменателя; то по приведеніи ихъ въ такія (83 и слѣд.), дѣлай вычитаніе, какъ показано.

На примѣръ при вычитаніи $\frac{2}{3}$ изъ $\frac{3}{4}$; перемѣняю сіи дроби въ $\frac{8}{12}$ и $\frac{9}{12}$, и по отнятіи 8 изъ 9, въ остаткѣ нахожу $\frac{1}{12}$.

О Умноженіи Дробей.

97. Для умноженія дроби одной на другую надлежитъ помножить числителя первой

на числителя другой и знаменателя на знаменателя.

На примѣръ для умноженія $\frac{2}{3}$ на $\frac{4}{5}$, помножь 2 на 4, произведеніе 8 будетъ числителемъ; помножь равнымъ образомъ 3 на 5, получишь 15 для знаменателя, и слѣд. $\frac{8}{15}$ будетъ произведеніе.

Дабы понятнѣе могла быть истина сего правила, надлежитъ припомнить, что умножать число одно на другое есть то же, что брать множимое столько разъ, сколько въ множителѣ находится единицъ. И такъ умножить $\frac{2}{3}$ на $\frac{4}{5}$ значитъ взять $\frac{4}{5}$ раза дробь $\frac{2}{3}$, или правильнѣе взять 4 раза пятую часть изъ $\frac{2}{3}$; но умножая знаменателя 3 на 5, перемѣняемъ трети на пятыя, то есть на части въ пятеро меньшія, и умножая числителя 2 на 4, беремъ новыя сіи части четырежды, слѣд. беремъ четыре раза пятую часть изъ $\frac{2}{3}$: почему множимъ въ самомъ дѣлѣ $\frac{2}{3}$ на $\frac{4}{5}$.

98. Когда должно умножить цѣлое на дробь, или дробь на цѣлое, въ такомъ случаѣ представляется цѣлое въ видѣ дроби, съ приписаніемъ подъ нимъ единицы на мѣсто знаменателя.

На примѣръ когда 9 должно помножить на $\frac{4}{7}$, дѣлаю такъ: $\frac{9}{1}$ помножаю на $\frac{4}{7}$, что по предписанному правилу производитъ $\frac{36}{7}$, а по выключкѣ цѣлаго числа $5\frac{1}{7}$.

99. Когда цѣлыя будутъ находиться при дробяхъ; тогда, не дѣлая еще умноженія, должно привести сіи цѣлыя въ такую же дробь, какая при нихъ находится.

На примѣръ при умноженiи $12\frac{3}{5}$ на $9\frac{3}{4}$, перемѣняю (81) множимое на $\frac{63}{5}$, а множителя на $\frac{39}{4}$; и умножаю $\frac{63}{5}$ на $\frac{39}{4}$ по правилу (97), что производитъ $\frac{2457}{20}$ или $122\frac{17}{20}$.

100 Можно также производить сіе дѣйствіе, помножая цѣлое и дробь множимаго сперва на цѣлое множителя, по томъ на дробь того же множителя слѣдующимъ образомъ:

$$12\frac{3}{5}$$
$$9\frac{3}{4}$$

произведенiе 12 на 9 108
$\frac{3}{5}$ на 9 ...... $5\frac{2}{5}$ .... или $\frac{8}{20}$
12 на $\frac{3}{4}$ 9
$\frac{3}{5}$ на $\frac{3}{4}$ .... $0\frac{9}{20}$. или $\frac{9}{20}$.

$$122\frac{17}{20}$$

Но о семъ дѣйствіи можно сказать вообще, что оно не столь легко, какъ первое.

О Дѣленiи Дробей.

101. Для раздѣленія одной дроби на другую должно оборотить оба члена дроби, служащей дѣлителемъ, и умножать дробь дѣлимаго такимъ образомъ обращенною дробью.

На примѣръ для раздѣленія $\frac{4}{5}$ на $\frac{2}{3}$, я оборачиваю дробь $\frac{2}{3}$ и представляю ее $\frac{3}{2}$; множу $\frac{4}{5}$ на $\frac{3}{2}$ показаннымъ образомъ (97), и получаю $\frac{12}{10}$ или $1\frac{2}{10}$ въ частномъ числѣ.

Дабы понять яснѣе справедливость сего правила, должно вспомнить, что дѣлить $\frac{4}{5}$ на $\frac{2}{3}$ есть ни что другое, какъ искать сколько разъ $\frac{4}{5}$ содержитъ въ себѣ $\frac{2}{3}$; но легко видѣть можно, что дѣлитель, понеже состоитъ изъ третей, будетъ содержаться въ дѣлимомъ трижды, какъ бы оно состояло изъ такого числа цѣлыхъ: а чтобы узнать сколько 2 цѣлыхъ будутъ содержаться въ $\frac{4}{5}$, то должно раздѣлить на 2; слѣдовательно когда $\frac{2}{3}$ содержатся въ дѣлимомъ 3 раза, надлежитъ по раздѣленіи на 2 умножить его на 3, что не иначе сдѣлается, какъ помноженіемъ на $\frac{3}{2}$, обращенную дробь дѣлителя.

102. Когда надобно будетъ раздѣлить дробь на цѣлое, или цѣлое на дробь, въ такомъ случаѣ цѣлое должно привести въ дробь, подписавъ подъ нимъ знаменателемъ единицу.

На примѣръ требуется раздѣлить 12 на $\frac{5}{7}$; производи дѣйствіе дѣленіемъ $\frac{12}{1}$ на $\frac{5}{7}$; по томъ по предписанному правилу умноживъ $\frac{12}{1}$ на $\frac{7}{5}$, получишь $\frac{84}{5}$ или $16\frac{4}{5}$ для частнаго числа.

103. Когда случатся цѣлыя при дробяхъ, тогда сіи цѣлыя приводятся въ такую же дробь, какая при нихъ находится.

На примѣръ при дѣленіи $54\frac{3}{5}$ на $12\frac{2}{3}$, перемѣни дѣлимое въ $\frac{273}{5}$, а дѣлителя въ $\frac{38}{3}$; и по дѣйствію слѣдуетъ дѣлить $\frac{273}{5}$ на $\frac{38}{3}$, то есть (101) умножить $\frac{273}{5}$ на $\frac{3}{38}$; отъ чего произойдетъ частное $\frac{819}{190}$ или $4\frac{59}{190}$

Нѣкоторые примѣры на предыдущія правила.

104. Изъ сказаннаго нами (89 и слѣд.) понять можно, какъ узнавать величину всякой дроби.

Пусть требуется на примѣръ узнать, чему равны $\frac{6}{7}$ рубля. Понеже $\frac{6}{7}$ рубля тоже, что седьмая часть изъ 6 рублей, и такъ привожу 6 рублей въ копѣйки, и дѣлю 600 копѣекъ, которые они составляютъ на 7; въ частномъ числѣ нахожу 85 копѣекъ и 5 копѣекъ въ остаткѣ; привожу сіи 5 копѣекъ въ денежки, дѣлю 10 денежекъ на 7, и получаю 1 денежку съ $\frac{3}{7}$; такимъ образомъ $\frac{6}{7}$ рубля равны 85 копѣйкамъ 1 денежки и $\frac{3}{7}$ денежки.

Положимъ же теперь надобно узнать $\frac{6}{7}$ изъ 24 рублей; явствуетъ изъ предъидущаго, что нашедши величину $\frac{6}{7}$ одного рубля, должнобы помножить происшедшее изъ сего дѣйствія на 24; но гораздо удобнѣе помножать сначала $\frac{6}{7}$ на 24 рубли, что (98) сдѣлаетъ $\frac{144}{7}$ рубля; потомъ исчислить сію послѣднюю дробь, которая будетъ равна 20 рублямъ 57 и $\frac{1}{7}$ копѣйки.

105. Часто случается надобность знать, сколько придется проценту съ предложенной суммы, полагая 5 или 8 копѣекъ на рубль.

Касательно до 5 копѣекъ на рубль, надлежитъ у числа предложенной суммы отдѣлить послѣднюю

цыфру и взять половину изъ прочихъ, которую щитать за рубли; остатокъ, ежели случится, присоединить къ отдѣленной цыфрѣ, и умноживъ обѣ на 5, произведенiе щитать за копѣйки.

Когда въ данной суммѣ будутъ входить также и копѣйки, то должно раздѣлить ихъ или на 20, и частное считать копѣйками, или на 10 и частное считать за денежки, или на 5 и частное считать за полушки.

ПРИМѢРЪ.

Полагая 5 копѣекъ на рубль, сколько придется

	р	к	д
съ суммы.	3433	10	0
Половина изъ 343	171	0	0
Остатокъ 1 присоединяю, какъ десятокъ, къ отдѣленной цыфрѣ 3, и множу 13 на 5, отъ чего происходитъ	0	65	0
Напослѣдокъ беру 10 тую часть изъ 10 копѣекъ, принимая ихъ за денежки, и нахожу	0	0	1
Всего приходится	171	65	1

Причиною сего дѣйствiя служитъ то, что 5 копѣекъ на рубль есть тоже, что $\frac{5}{100}$ или $\frac{1}{20}$ рубля, почему слѣдовалобы 3433 дѣлить на 20; но мы того не дѣлаемъ, а беремъ по предписанiю (71) изъ 343 половину. Что касается до остатка, надлежалобы привесть его въ копѣйки помноженiемъ на 100 и потомъ раздѣлить на 20, что не всели будетъ равно, когда онъ помножится на 5; ибо взять $\frac{100}{20}$ раза тоже, что взять 5 разъ. Явствуетъ изъ того же, для чего предписали мы дѣлать трояким образомъ дѣленiе копѣйкамъ предложенной суммы; ибо изъ 10 копѣекъ взять 20 часть, и считать ее за копѣйки есть тоже, что взять изъ нихъ десятую, которую считать денежками, потому что приводя въ денежки надлежалобы помножить 10 коп. на 2 и произведенiе раздѣлить на 20, что все одно и тоже, что взять

изЪ 10 копѣекЪ $\frac{2}{20}$ или $\frac{1}{10}$, и считать ее за денежки; такоеже разсужденіе служитЪ и для остальнаго третьяго способа.

ЧтожЪ принадлежитЪ до 8 копѣекЪ на рубль; то, какЪ $\frac{8}{100}$ дѣлаютЪ $\frac{2}{25}$, надлежитЪ число данныхЪ рублей умножить на 2 и произведеніе раздѣлить на 25, частное считать за рубли, а остатокЪ помноживЪ на 4, считать произведеніе за копѣйки.

Ежели будутЪ даны также и копѣйки, то должно взять изЪ нихЪ $\frac{2}{25}$ и щитать за копѣйки, или $\frac{4}{25}$ и щитать за денежки.

Но какЪ рѣдко случается надобность исчислять вЪ большихЪ суммахЪ, что придется на копѣйки, то можно ихЪ и уничтожать.

ПРИМѢРЪ.

Полагая на рубль по 8 копѣекЪ, спрашивается

сколько придется сЪ	1387 р	50 к	0 д
$\frac{2}{25}$ изЪ 1387 руб.	110	0	0
остатокЪ 24, помноженной на 4 . .	0	96	0
$\frac{2}{25}$ изЪ 50 коп.	0	4	0
Всего приходится	111	0	0.

106. КакЪ десятичныя дроби не имѣютЪ знаменателей, то величина ихЪ еще удобнѣе предыдущихЪ сыскивается.

На примѣрЪ желая знать чему равны 0, 532 сажени, множу 0, 532 на 3, потому что сажень заключаетЪ вЪ себѣ 3 аршина, и нахожу 1, 596 аршина, то есть 1 аршинЪ и 0, 596 аршина; умножая сію послѣднюю дробь на 16, нахожу вЪ вершкахЪ 9, 536, то есть 9 вершковЪ и 0, 536 вершка; почему величина дроби 0, 532 сажени равна 1 аршину, 9 вершкамЪ и 0, 536 вершка.

107. И обратно для приведенія сортовЪ даннаго разнороднаго числа вЪ десятичныя

начальной единицы, надлежитъ, начавъ съ единицъ малѣйшаго сорта, дѣлить оныя попеременно на число, означающее сколько тѣ сорты содержатся въ ближайшемъ къ нимъ большомъ сортѣ.

Такимъ образомъ желая въ предыдущемъ примѣрѣ привести 0 саж. 1 арш. 9, 356 верш. въ десятичныя части сажени, стану во первыхъ дѣлить 9,536 верш. на 16; частное покажетъ 0,596 арш. а всего 0 саж. 1,596 арш; послѣ чего раздѣливъ 1,596 арш. на 3, найду 0, 532 сажени.

Дроби Дробей.

108. Исчисленіе дробей заставляетъ насъ непосредственно говорить *о дробяхъ дробей*; симъ именемъ называются нѣсколько дробей, стоящія рядомъ, изъ которыхъ каждая отдѣляется отъ другой предлогомъ изъ; на примѣръ $\frac{2}{3}$ изъ $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ изъ $\frac{3}{4}$ изъ $\frac{5}{8}$ и проч. суть дроби дробей. Ихъ можно приводить въ одну дробь чрезъ помноженіе всѣхъ между собою числителей, равно какъ и знаменателей; по чему дробь $\frac{2}{3}$ изъ $\frac{3}{4}$ приведена быть можетъ въ $\frac{6}{12}$ или $\frac{1}{2}$: дробь $\frac{2}{3}$ изъ $\frac{3}{4}$ изъ $\frac{5}{8}$ въ $\frac{30}{96}$ или $\frac{5}{16}$.

Въ самомъ дѣлѣ нѣтъ ни малаго сомнѣнія, что взять $\frac{2}{3}$ изъ $\frac{3}{4}$ то же, что умножить $\frac{3}{4}$ на $\frac{2}{3}$, по тому что $\frac{3}{4}$ должно взять $\frac{2}{3}$ раза; равнымъ образомъ взять $\frac{2}{3}$ изъ $\frac{3}{4}$ изъ $\frac{5}{8}$ не иное что, какъ взять $\frac{6}{12}$ изъ $\frac{5}{8}$; ибо $\frac{2}{3}$

изъ $\frac{3}{4}$ превращаются въ $\frac{6}{12}$, по чему и $\frac{6}{12}$ изъ $\frac{5}{8}$ перемѣнятся, какъ сказали мы, въ $\frac{30}{96}$ или $\frac{5}{16}$,

Ежели потребуется $\frac{3}{4}$ изъ $5\frac{3}{8}$, въ такомъ случаѣ приведи цѣлое въ осьмыя; и вопросъ рѣшится выкладкою $\frac{3}{4}$ изъ $\frac{43}{8}$, которая дробь дроби будетъ равна $\frac{129}{32}$ или $4\frac{1}{32}$.

Впрочемъ не всегда нужно приводить дробь дроби въ одну дробь для исчисленія ея. Иногда находится величина ея еще лучше и удобнѣе въ настоящемъ ея видѣ; слѣдующій примѣръ можетъ въ томъ увѣрить.

Желая на примѣръ знать, чему бы равны были $\frac{3}{8}$ аршина съ $\frac{1}{2}$ тѣхъ же $\frac{3}{8}$ аршина, стану дѣлать такъ.

$\frac{3}{8}$ аршина равны . . . . 6 верш.
$\frac{1}{2}$ изъ $\frac{3}{8}$ аршина 3
9

Почему $\frac{3}{8}$ съ $\frac{1}{2}$ изъ $\frac{3}{8}$ аршина составляютъ 9 вершковъ.

О разнородныхъ Числахъ.

109. Хотя предписанныя доселѣ правила могли бы служить также и для выкладки разнородныхъ чиселъ; однако мы почитаемъ себя обязанными войти въ подробнѣйшее о нихъ разсужденіе тѣмъ больше, что раздѣленіе, производимое съ начальною

или главною единицею, способствуетъ часто сему исчисленію.

Много находится сортовъ разнородныхъ чиселъ, и правила, служащія къ исчисленію ихъ, зависятъ весьма отъ раздѣленія, которое дѣлается съ единицею: такимъ образомъ весьма нужно знать, какія отношенія имѣютъ различныя ихъ части какъ между собою, такъ и касательно до начальной единицы. Смотри при концѣ сей Ариѳметики общую таблицу сихъ отношеній.

Сложеніе разнородныхъ Чиселъ.

110. Для произведенія въ дѣйство сложенія разнородныхъ чиселъ напиши всѣ данныя числа однѣ подъ другими такъ, чтобъ всѣ части одного сорта находились въ одномъ столпцѣ, и подчеркнувъ все, начинай складывать съ частей меньшаго рода: ежели сумма ихъ не составляетъ единицы непосредственно къ нимъ большаго сорта, то напиши ее, какъ она есть, внизу; когдажъ она будетъ въ себѣ содержать одну или нѣсколько единицъ непосредственно большаго сорта, тогда должно написать только внизу излишекъ, оставшійся отъ числа точно составляющаго единицы того втораго сорта; единицы сіи удержи въ умѣ, и приложи ихъ

къ подобнымъ имъ, съ которыми поступай такимъ же образомъ.

ПРИМѢРЪ I.

Сложить	435 руб.	56 коп.	3 пол.	
	2549	40	2	
	184	62	1	
	17	80	3	
	3187	40	1	сумма.

Сумма полушекъ 9 содержитъ въ себѣ 2 копѣйки и 1 полушку. Чего для подписавъ полушку, оставляю 2 копѣйки, которыя складываю съ единицами копѣекъ, что составляетъ 10; пишу только нуль, а десятокъ складываю съ десятками, и нахожу 24; но какъ двѣ сотни дѣлаютъ 2 рубля, почему пишу только 4, а два рубля переношу къ столпцу рублей, которыя складываю обыкновеннымъ порядкомъ.

ПРИМѢРЪ II.

Сложить . . .	54 саж.	2 арш.	15 верш.	
	12	1	13	
	9	2	11	
	8	0	10	
	85	2	1	сумма.

Сумма вершковъ выходитъ 49, которые составляютъ 3 аршина и 1 вершокъ; подписываю 1 вершокъ, а 3 аршина складываю съ аршинами: сумма выходитъ 8 аршинъ, въ которыхъ заключается 2 сажени и 2 аршина; ставлю 2 аршина, а двѣ сажени переношу къ саженямъ и сложивъ ихъ, нахожу, что сумма всего будетъ 85 саженъ 2 аршина и 1 вершокъ.

ПРИМѢРЪ III.

25 пуд.	30 фун.	15 лот.	1 зол.
37	20	10	0
54	32	18	2
32	15	24	1
150	19	4	1. сумма.

Смотри таблицу при концѣ Ариѳметики.

Вычитаніе разнородныхъ Чиселъ.

111. Напиши данныя числа такъ точно, какъ въ сложеніи, и начинай вычитать съ единицъ меньшаго сорту. Когда нижнее число можно вычесть изъ верьхняго, то остатокъ напиши внизу; а когда не можно, то займи единицу у непосредственно большаго сорту, которую приведши въ искомой сортъ, сложи ее съ числомъ, изъ котораго вычесть не можно. Поступай равнымъ образомъ при каждомъ сортѣ, памятуя притомъ, что должно уменьшать единицою то число, у котораго дѣлается заемъ. Напослѣдокъ пиши каждой остатокъ такъ, какъ его найдешь, внизу того числа, изъ коего онъ происходитъ.

ПРИМѢРЪ I.

Изъ	143 руб.	17 коп.	1 пол.
Требуется вычесть	75	12	3
	68	4	2 остатокъ.

Какъ 3 полушекъ не можно вычесть изъ 1 полушки, то занимаю 1 копѣйку, которая содержитъ въ себѣ 4 полушки; 4 и 1 дѣлаютъ 5, изъ котораго отнявъ 3, въ остаткѣ будетъ 2; по томъ вы-

читаю 12 копѣекъ не изъ 17 копѣекъ уже, но изъ 16, потому что у сего числа занялъ я единицу, въ остаткѣ пишу 4; наконецъ вычитаю 75 рублей изъ 143, и въ остаткѣ пишу 68.

ПРИМѢРЪ II.

Изъ . . .	163 руб.	0 коп.	1 пол.	
Вычесть -	84	18	3.	
	78	81	2	остатокъ.

Какъ 3 полушекъ не можно вычесть изъ 1 полушки, притомъ нѣтъ и копѣекъ, гдѣбы я могъ занять; почему занимаю 1 рубль у 163 рублей, полагаю въ умѣ 99 копѣекъ на мѣсто нуля, по томъ поступаю, какъ было показано въ предыдущемъ примѣрѣ.

Умноженіе разнородныхъ Чиселъ.

112. Умноженіе чиселъ въ разныхъ родахъ можно дѣлать вообще умноженіемъ дроби на дробь; умноженіемъ, которое было показано въ правилѣ (97 и 98).

На примѣръ спрашивается: сколько должно заплатить за 54 сажени 3 фута земляной работы, полагая 1 руб. 12 коп. 1 ден. за сажень? Приведи множимое 1 руб. 12 коп. 1 ден. въ денежки, что сдѣлаетъ 225 денежекъ; а какъ денежка есть 200 часть рубля, то множимое можетъ представлено быть $\frac{225}{200}$ рубля; равнымъ образомъ приведи множителя 54 саж. 3 фут. въ футы, что сдѣлаетъ 381 футъ; а какъ футъ есть седьмая часть сажени, то поставь множителемъ $\frac{381}{7}$ сажени; и такъ вопросъ рѣшится умноженіемъ $\frac{225}{200}$ рубля на $\frac{381}{7}$, что въ произведеніи дастъ $\frac{85725}{1400}$ рубля, или по приведеніи (104) 61 руб. $23\frac{3}{14}$ коп.

Сей способъ простирается на всѣ сорты разнородныхъ чиселъ; но какъ онъ тре-

буетъ большаго исчисленія противъ того, которой мы тотчасъ намѣрены показать, то мы о немъ не будемъ больше говорить.

113. Число, содержащееся ровно одно въ другомъ, называется *нѣсколькою частію* того другаго; и такъ 3 есть нѣсколькая часть 12: равнымъ образомъ 2 будетъ нѣсколькая часть 4 и 6.

114. Припомнимъ опять, что множить ни что другое есть, какъ брать множимое извѣстное число разъ; на примѣръ умножить на $8\frac{3}{4}$ то же, что взять множимое 8 разъ и взять его еще $\frac{3}{4}$ раза, или взять изъ него $\frac{3}{4}$. Брать же сіи $\frac{3}{4}$ можно или взявъ напередъ изъ множимаго четверть и написавъ сію четверть 3 раза, или взявъ изъ него половину, по томъ половину изъ сей половины.

Для умноженія 84 на $8\frac{3}{4}$.
Я могу дѣлать такъ . . . 84.

$$\begin{array}{r} 84 \\ 8\frac{3}{4} \\ \hline 672 \\ 42 \\ 21 \\ \hline 735 \end{array}$$

735 произведеніе.

Изъ умноженія 84 на 8 выходитъ 672; по томъ, чтобъ взять $\frac{3}{4}$ изъ 84, я беру напередъ половину его, что дѣлаетъ 42; а чтобъ взять остальную четверть, для сего беру половину изъ 42, которая есть 21; и сложивъ сіи три особыя произведенія, получаю за цѣлое произведеніе 735.

115. Дабы приноровить сіе къ разнороднымъ числамъ, то должно примѣчать, что разные сорты единицъ, меньшихъ начальной единицы суть дроби одни въ разсужденіи другихъ и въ разсужденіи той начальной единицы; и такъ, дабы способнѣе помножать на сіи сорты чиселъ, должно стараться разбивать ихъ на нѣсколькія части начальной единицы, или разбивать ихъ на нѣсколькія части не посредственно къ нимъ большихъ единицъ; когдажъ раздѣленія такія сдѣлаютъ неудобнымъ умноженіе на нѣсколькія части, въ такомъ случаѣ можно дополнять тѣ мѣста ложными произведеніями, что мы теперь и покажемъ въ слѣдующихъ примѣрахъ.

ПРИМѢРЪ I.

Спрашивается, что должно заплатить за 54 пуда 20 фунтовъ, по 72 рубли пудъ?

Должно умножить .	72 руб.	
на	54 пуд.	20 фун.
	288 руб.	0 коп.
	360	
За 20 фунтовъ . .	36	
	3924	0.

Множу сначала обыкновеннымъ образомъ 72 руб. на 54; потомъ вмѣсто того, чтобъ помножить на 20 фунтовъ, которые дѣлаютъ половину пуда, и слѣд. должны равняться половиной цѣнѣ пуда, беру половину изъ 72 рублей, и сложивъ все, получаю 3924 рубли за цѣлое произведеніе.

ПРИМѢРЪ II.

Когда	70 руб.	
Умножить должно на	54 пуд.	28 фун.
	3780 руб.	0 коп.
За 20 фунтовЪ . . .	35	0
за 8 фунтовЪ . . .	14	0
	3829	0.

Умножь во первыхЪ 70 рублей на 54; по томЪ не помножая на $\frac{28}{40}$, потому что 28 фунтовЪ дѣлаютЪ $\frac{28}{40}$ пуда, разбей 28 фунтовЪ на 20 фунт. и 8 фунт, изЪ которыхЪ первое число равняется половинѣ, а второе $\frac{1}{5}$ пуда; возьми напередЪ половину изЪ 70 рублей, по томЪ пятую часть тѣхЪ же 70 руб, и сложивЪ всѣ особыя сіи произведенія, получишь 3829 рублей за цѣлое произведеніе.

ПРИМѢРЪ III.

Когда будетЪ дано . .	72 руб.		
Помножить на	5 пуд.	6 фун.	24 лот.
	360 руб.	0 коп.	
За 5 фунтовЪ	9	0	
За 1 фунтЪ	1	80	
За 16 лотовЪ.	0	90	
За 8 лотовЪ.	0	45	
	372	15.	

ПомноживЪ 72 руб. на 5, прежде нежели приступишь кЪ помноженію на 6 фунт, разбей сіе число на 5 фунт. и 1 фунт; за пять фунтовЪ, которые равняются $\frac{5}{40}$ или $\frac{1}{8}$ пуда, возьми осьмую часть изЪ 72; она есть 9 рублей; а за фунтЪ, какЪ онЪ есть $\frac{1}{5}$ часть 5 фунтовЪ, для сего возьми пятую часть изЪ 9; она будетЪ 1 руб. 80 коп. НапослѣдокЪ при помноженіи на 24 лота, чѣмЪ сравнивать ихЪ сЪ пудомЪ, сравни сЪ фунтомЪ, и разбивЪ 24 на 16 лот. и 8 лотовЪ, изЪ которыхЪ первое число будетЪ половина фунта, а послѣднее половина сего перваго; возьми за 16 лот. половину

изъ 1 руб. 80 коп, что сдѣлаетъ 90 коп; а за 6 лотовъ половину изъ 90 коп. что сдѣлаетъ 45 коп; наконецъ по сложенiи выдетъ 372 рубли 15 копѣекъ произведенiе.

116. Когда и множимое будетъ также разнородное число, то поступай по слѣдующему примѣру.

ПРИМѢРЪ IV.

Дано	72 руб.	3 гр.	6 коп.
умножить на	27 пуд.	6 фун.	24 лот.
	504 руб.	0 гр.	0 коп.
	144		
за 2 гривны . .	5	4	0
за 1 гривну . .	2	7	0
за 5 копѣекъ .	1	3	5
за 1 копѣйку .	0	2	7
за 5 фунтовъ	9	0	$4\frac{1}{2}$ или $\frac{20}{40}$
за 1 фунтъ . .	1	8	$0\frac{9}{10}$ или $\frac{6}{40}$
за 16 лотовъ . .	0	9	$0\frac{9}{20}$ или $\frac{18}{40}$
за 8 лотовъ . .	0	4	$5\frac{9}{40}$ или $\frac{9}{40}$
	1965	9	$3\frac{3}{40}$

Помножь сперва 72 рубля на 27. По томъ для помноженiя 3 гривенъ на 27, раздѣли 3 гривны на 2 гривны и одну гривну. Какъ 2 гривны составляютъ $\frac{1}{5}$ рубля, то по умноженiи ихъ на 27, въ произведенiи должно вытти 27 пятыхъ частей рубля, или пятая часть 27 рублей, слѣд. возми $\frac{1}{5}$ изъ 27 рублей, она будетъ 5 руб. 4 гр; для 1 же гривны, возьми половину изъ 5 руб. 4 гр. потому что она есть половина 2 гривенъ, что дастъ 2 руб. 7 гривенъ. Помножатся 6 коп. на 27 такъ: раздѣли 6 коп. на 5 и 1 копѣйку; первое изъ сихъ число есть половина гривны, и для того возьми $\frac{1}{2}$ изъ 2 руб. 7 грив, которая будетъ 1 руб. 3 грив. и 5 коп; а для 1 копѣйки, понеже она есть пятая часть 5 коп, возь-

ми изъ 1 руб. 3 грив. 5 коп. пятую часть, получишь 2 гривны 7 копѣекъ.

До сего мѣста умножили мы все множимое на 27.

Для помноженія же на 6 фунтовъ, поступай какъ было показано въ предыдущемъ примѣрѣ, то есть изъ 6 фунтовъ сперва возьми за 5 фунтовъ осьмую часть изъ множимаго 72 руб. 3 гр. 6 коп; за 1 фунтъ пятую часть изъ того, что сыщется за 5 фунтовъ.

Наконецъ для 24 лотовъ возьми сперва за 16 лотовъ половину изъ сысканнаго за 1 фунтъ; потомъ за 8 лотовъ половину найденнаго за 16 лотовъ, и сложивъ всѣ разныя сіи части вмѣстѣ, получишь цѣлымъ произведеніемъ 1965 руб. 9 грив. $3\frac{3}{40}$ коп.

117. Части множимаго, которыя до сего времени надлежало помножать, были довольно удобны къ исчисленію; но въ случаяхъ гдѣ части оныя будутъ затруднительнѣе, надлежитъ поступать какъ слѣдуетъ въ примѣрѣ.

ПРИМѢРЪ V.

Цѣною по . . . . 34 р. 5 г. 1 к. пудъ
чего стоятъ . . . 17 пудъ ?

238 руб.	0 гр.	0 коп.
34		
8	5	0
	8	5
	1	7
586	6	7

Помножь сначала 34 рубля на 17; потомъ 5 грив. на 17, взявши половину изъ 17: чтожъ касается до помноженія на 1 копѣйку, то какъ она есть десятая часть гривны и слѣдовательно 50 тая часть 5 гривенъ; почему вмѣсто того, чтобъ взять

вдругъ 50 тую часть изъ 8 руб. 5 грив. сдѣлай для удобности ложное произведенїе, и возьми сначала десятую изъ сысканнаго за 5 грив, то есть десятую часть 8 рублей 5 грив, Сїя десятая 0 руб. 8 грив. 5 коп. будетъ принадлежать за 5 коп; а какъ слѣдуетъ только за одну копѣйку, то взявши пятую часть изъ сысканнаго за 5 коп, замарай ложное произведенїе, и подпиши подъ нимъ пятую часть.

ПРИМѢРЪ VI.

Сколько придется пудъ за 34 руб. 5 гр. 1 коп, полагая за 17 пудъ 1 рубль?

Должно помножить 17 пудъ на 34 руб. 5 гр. 1 коп. то есть взять 17 пудъ столько разъ, сколько находится единицъ въ 34 руб. 5 гр. 1 коп:

17 пуд.			
34 руб.	5 гр.	1 коп.	
68 пуд.	0 фун.	0 лот.	0 зол.
51			
8	20	0	0
~~1~~	~~28~~	0	0
	6	25	1 $\frac{4}{5}$
586	26	25	1 $\frac{4}{5}$

Помножь 17 пудъ на 34; по томъ для умноженїя 17 пудъ на 5 гривенъ возьми половину изъ 17, для того что 5 гривенъ составляютъ половину рубля, отъ чего получишь 8 пудъ 20 фунтовъ. Наконецъ при умноженїи 17 пудъ на 1 копѣйку для удобности сыскиваю напередъ, что придется за 1 гривну, взявши пятую часть изъ 8 пуд. 20 фун; сїя пятая часть будетъ 1 пуд. 28 фун; по томъ какъ она есть ложное произведенїе, то замаравши оное, беру изъ него десятую часть, которая есть 6 фунт. 25 лот. 1 $\frac{4}{5}$ зол. произведенїе на 1 копѣйку.

Примѣръ сей употребили мы особенно для того, чтобъ болѣе утвердить сказан-

ное (45), что необходимо нужно различать множимое отЪ множителя, когда оба они будутЪ числа настоящія; ибо явствуетЪ изЪ сихЪ двухЪ послѣднихЪ примѣровЪ, что хотя производители и одинаковы, но произведенія ихЪ различны.

Дѣленіе разнороднаго Числа на Число однородное.

118. Когда дѣлимое одно будетЪ разнородное число, и когда дѣлимое сЪ дѣлителемЪ заключаютЪ единицы разнаго сорта, тогда должно раздѣлить начальныя единицы дѣлимаго обыкновеннымЪ способомЪ; что останется отЪ дѣленія, привести (57) вЪ единицы втораго сорта, сложить ихЪ сЪ сходственными единицами дѣлимаго, по томЪ раздѣлить все, какЪ выше: остатокЪ отЪ сего дѣленія привести равномѣрно вЪ единицы третьяго сорта, и сложивЪ ихЪ сЪ единицами сходственнаго имЪ сорта дѣлимаго, дѣлить все тѣмЪ же способомЪ; продолжать приводить остатки вЪ единицы послѣдующихЪ меньшихЪ сортовЪ до тѣхЪ порЪ, пока оные будутЪ находиться вЪ дѣлимомЪ.

ПРИМѢРЪ I.

За 87 саженЪ работы заплачено 432 руб. 3 гр. 9 коп. Спрашивается, почему придется сажень?

432 руб. 3 гр. 9 коп.	87
84	4 руб. 9 гр. 7 коп.
843	
60	
609	
000	

Должно дѣлить 432 руб. 3 гр. 9 коп. на 87, начиная съ рублей. Раздѣливъ обыкновеннымъ образомъ 432 рубля на 87, получаю въ частномъ 4 рубля, въ остаткѣ 84 рубля; сіи 84 рубля, приведены будучи въ гривны, составляютъ вмѣстѣ съ 3 гривнами дѣлимаго 843 гривны; дѣлю 843 гривны на 87 и нахожу въ частномъ 9 гривенъ, въ остаткѣ 60 гривенъ; привожу, какъ прежде, 60 гривенъ въ копѣйки и сложивъ ихъ съ копѣйками дѣлимаго, что составитъ 609 копѣекъ; дѣлю опять сіи 609 копѣекъ, и въ частномъ нахожу 7 копѣекъ.

Примѣръ II.

Получено 3376 руб. 5 гр. 3 коп. изъ суммы, въ которой удержано по 4 копѣйки на рубль; спрашивается, сколь велика сумма тѣхъ 4 копѣекъ на рубль?

Поелику 4 копѣйки на рубль дѣлаютъ $\frac{1}{25}$ всей неизвѣстной суммы; слѣд. полученная сумма есть $\frac{24}{25}$ той же, а 4 копѣйки на рубль 24тая часть полученной суммы; и такъ должно раздѣлить 3376 руб. 5 гр. 3 коп. на 24.

3376 руб. 5 гр. 3 коп.	24
	140 руб. 6 гр. 1 коп.

Найдется сумма 4хъ копѣекъ на рубль 140 руб. 6 гр. 1 коп. которую придавъ къ 3376 руб. 5 гр. 3 коп. узнаю, что вся сумма должна состоять изъ 3517 руб. 1 гр. 4 коп.

119. Когда у дѣлимаго съ дѣлителемъ находятся единицы одного рода, въ такомъ случаѣ надлежитъ, не приступая къ дѣле-

нію, разсмотрѣть одинакого ли рода частное должно быть съ ними или нѣтъ; что познается по самому вопросу.

120. Въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ дѣлитель съ дѣлимымъ одного рода и гдѣ частное число должно быть съ ними тогоже сорта, дѣленіе дѣлается точно такъ, какъ въ предыдущемъ примѣрѣ. Пусть вопросъ будетъ сей: ежели на 1243 рубля получено барыша 7254 рубля, что придется на рубль? Нѣтъ никакого сомнѣнія, что въ частномъ должны быть единицы одного рода съ дѣлимымъ и дѣлителемъ, то есть должны быть рубли; и такъ надлежитъ дѣлить 7254 рубля на 1243, приводя, какъ въ первомъ примѣрѣ, остатокъ отъ сего дѣленія въ гривны, а второй остатокъ въ копѣйки; и найдется въ удовлетвореніе вопроса 5 руб. 7 гр. 5 $\frac{675}{1243}$ коп.

121. Но когда при дѣлимомъ и дѣлителѣ однаго рода частное число должно быть другаго, въ такомъ случаѣ надлежитъ привести (57) дѣлимое и дѣлителя въ самой меньшой сортъ дѣлимаго; послѣ чего дѣлать дѣленіе, какъ въ предыдущемъ примѣрѣ, поступая съ единицами дѣлимаго, какъ бы онѣ были того рода, какія должно имѣть частное.

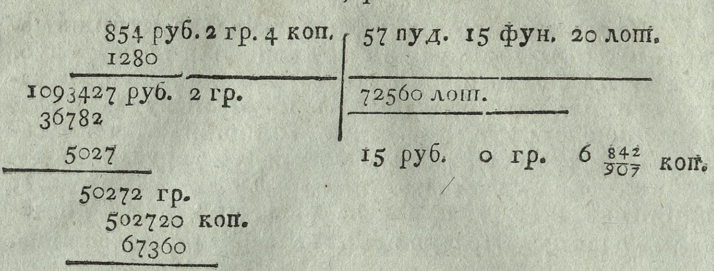
На примѣръ спрашивается, сколько купить можно пудъ на 7954 руб. 8 гр. 5 коп цѣною по 72 руб. пудъ? Явствуетъ изъ самаго вопроса, что въ частномъ должны быть пуды и части пуда. Слѣд. приведши 7954 руб. 8 гр. 5 коп. въ копѣйки, что сдѣлаетъ 795485 коп, равнымъ образомъ 72 рубля въ копѣйки, что сдѣлаетъ 7200 копѣекъ, дѣлю 795485 принимая ихъ за пуды на 7200, и нахожу въ частномъ 110 пудъ 19 фунтовъ 11 лотовъ 1 $\frac{2}{3}$ золотника.

Дѣленіе разнороднаго Числа на Число разнородное же.

122. Когда дѣлитель будетъ разнородное число; то должно привести его въ самой меньшой сортъ (57), умножить дѣлимое числомъ, означающимъ сколько потребно частей самаго меньшаго сорта дѣлителя къ составленію начальной единицы того же самаго дѣлителя, и такимъ образомъ дѣленіе будетъ относиться къ предыдущему случаю, гдѣ дѣлитель былъ число не разнородное.

Примѣръ.

За 57 пуд. 15 фун. 20 лот. заплачено 854 руб. 2 гр. 4 коп; спрашивается по чему придется пудъ? Надлежитъ раздѣлить 854 руб. 2 гр. 4 коп. на 57 пудъ 15 фун. 20 лот, и для того привожу 57 пуд. 15 фун. 20 лот. въ лоты, что сдѣлаетъ 72560 лотовъ для новаго дѣлителя; а какъ потребно 1280 лотовъ къ составленію одного пуда, которой здѣсь служитъ начальною единицою дѣлителя; почему множу данное дѣлимое 854 руб. 2 гр. 4 коп. на 1280, что дѣлаетъ 1093427 руб. 2 гр. для новаго дѣлимаго; потомъ дѣлю какъ слѣдуетъ.



Раздѣливъ 1093427 рублей на 72560, нахожу въ частномъ 15 рублей, въ остаткѣ 5027 рублей. Привожу сей остатокъ въ гривны, что дѣлаетъ 50272 гривны; но какъ дѣлитель не содержится въ семъ дѣлимомъ, то привожу его въ копѣйки, и получаю въ частномъ 6 копѣекъ, а въ остаткѣ 67360; такимъ образомъ частное цѣлое будетъ 15 руб. 0 гр. 6 $\frac{842}{907}$ коп.

Дабы увѣриться въ истинѣ сего правила, надлежитъ примѣтить, что какъ 57 пуд. 15 фун. 20 лот. равны 72560 лотамъ, а лотъ составляетъ 1280тую часть пуда; дѣлитель долженъ быть $\frac{72560}{1280}$ пуда: сверьхъ же того при дѣленіи на дробь, должно (101) оборачивать дробь дѣлителя, и потомъ обороченною дробью умножать; слѣдовательно въ семъ примѣрѣ надлежитъ помножить на $\frac{1280}{72560}$; что не иначе сдѣлается, какъ помноженіемъ вопервыхъ на 1280 и раздѣленіемъ по томъ на 72560, такъ какъ въ правилѣ было показано.

Когда дѣленіе на число разнородное производится, какъ мы видѣли, дѣленіемъ на

число не разнородное, и такъ надлежитъ здѣсь наблюдать то же въ разсужденіи свойства единицъ, что мы предписали (118, 119, 120).

О Составленіи квадратныхъ Чиселъ и о извлеченіи ихъ корней.

123. *Квадратъ* числа называется произведеніе, происходящее изъ умноженія того же числа на самаго себя; 25 есть квадратъ 5ти, потому что 25 происходитъ изъ умноженія 5 на 5.

124. *Квадратной корень* даннаго числа есть такое число, которое умножено будучи само на себя, производитъ данное число; такимъ образомъ 5 есть квадратной корень 25ти; 7 квадратный корень 49ти.

125. И такъ число, изъ котораго составляется квадратъ, бываетъ вмѣстѣ и множимымъ и множителемъ; слѣдовательно оно дважды служитъ производителемъ (42) произведенія; по сей причинѣ произведеніе такое или квадратъ называется также *второю степенью* числа.

Для составленія квадрата изъ какого нибудь числа нѣтъ нужды въ другомъ способѣ, кромѣ умноженія того же числа на са-

маго себя обыкновеннымЪ образомЪ; чтожЪ касается до извлеченія квадратнаго корня изЪ какого нибудь числа, то есть чтобЪ возвратиться, такЪ сказать, отЪ квадрата опять кЪ корню его, потребенЪ способЪ по крайней мѣрѣ тогда, когда данное число или квадратЪ будетЪ состоять больше, нежели изЪ двухЪ цыфрЪ.

Когда предложенное число имѣетЪ не болѣе одной или двухЪ цыфрЪ, тогда корень его вЪ цѣломЪ числѣ бываетЪ всегда одно изЪ слѣдующихЪ:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

КоихЪ квадраты суть:

1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81.

ТакимЪ образомЪ квадратной корень на примѣрЪ изЪ 72 есть 8 вЪ цѣломЪ числѣ, потому что 72 находятся между 64 и 81, и слѣд. корень его содержится между корнями сихЪ послѣднихЪ, то есть между 8 и 9, онЪ долженЪ быть 8 сЪ дробью; дробь сію хотя по справедливости не можно означить вЪ точности, однакожЪ можно весьма близко подойти кЪ ней, какЪ то мы увидимЪ вскорѣ.

126. Квадратной корень изЪ числа, которое есть несовершенный квадратЪ, называется *глухимЪ*, *ирраціональнымЪ* или *несоизмѣримымЪ* числомЪ.

127. Приступимъ кЪ числамЪ, которыя состоятЪ больше, нежели изЪ двухЪ цыфрЪ.

И наблюдая составленіе квадрата, постараемся вывести изъ самаго дѣйствія способъ, которому послѣдовать должно при извлеченіи корня.

Чтобъ составить квадратъ изъ числа на примѣръ 54

$$\begin{array}{r} 54 \\ 54 \\ \hline 216 \\ 270 \\ \hline 2916 \end{array}$$

Написавъ, какъ здѣсь показано, множимое съ множителемъ, множу обыкновеннымъ порядкомъ верхнее 4 на нижнее 4, изъ чего безъ сомнѣнія происходитъ *квадратъ единицъ*.

Множу потомъ верхнее 5 на нижнее 4, изъ чего раждается *произведеніе десятковъ на единицы*.

Перехожу ко второй цыфрѣ множителя и множу верхнее 4 на нижнее 5, чрезъ что нахожу произведеніе единицъ на десятки, или (44) *произведеніе десятковъ на единицы*.

Наконецъ множу верхнее 5 на нижнее 5, изъ чего выходитъ *квадратъ десятковъ*.

Складываю сіи произведенія и нахожу для квадрата число 2916, которое, какъ видѣть можно, состоитъ *изъ квадрата десятковъ, изъ произведенія десятковъ на единицы дважды взятаго, и изъ квадрата единицъ* числа 54.

128. То, что мы замѣтили теперь при дѣйствіи составленія квадратнаго числа, выходя непосредственно изъ правилъ умноженія, принадлежитъ не только къ числу 54, но и ко всякому другому, состоящему изъ десятковъ и единицъ; такъ что можно сказать вообще, что квадратъ всякаго числа, состоящаго изъ десятковъ и единицъ, содержитъ въ себѣ три обьявленныя части, именно квадратъ десятковъ того числа, произведеніе десятковъ на единицы два раза взятое, и квадратъ единицъ

129. Предположивъ сіе, нѣтъ никакого въ томъ сомнѣнія, чтобъ квадратъ десятковъ, которой состоитъ изъ сотенъ, (потому что 10 на 10 производитъ 100) имѣлъ часть въ двухъ послѣднихъ цыфрахъ цѣлаго квадрата.

Равнымъ образомъ двойное произведеніе десятковъ, умноженныхъ на единицы, которое не можетъ быть меньше десятковъ, не должно имѣть части въ послѣдней цыфрѣ цѣлаго квадрата.

И такъ при извлеченіи корня изъ квадрата 2916, могу разсуждать такъ.

ПРИМѢРЪ I.

```
29.16 | 54 корень
 41.6
  104
------
  000
```

Начинаю искать десятки сего корня; составленіе квадрата научаетъ меня, что въ 2916 находится квадратъ сихъ десятковъ, и что притомъ сей квадратъ не имѣетъ части въ двухъ послѣднихъ цыфрахъ, слѣдовательно онъ заключается въ 29; а какъ квадратной корень 29ти не можетъ быть больше 5, то заключивъ, что число десятковъ того корня есть 5, пишу его по сторону 2916, какъ изъ примѣра видно.

Беру изъ 5 квадратъ, и вычитаю 25 изъ 29; въ остаткѣ выходитъ 4, къ которому сношу двѣ послѣднія цыфры 16 даннаго числа 2916.

Теперь слѣдуетъ искать единицы корня, и для того обращаю вниманіе на остатокъ 416; онъ содержитъ въ себѣ двѣ части квадрата, именно двойное произведеніе десятковъ на единицы и квадратъ единицъ того же корня.

Довольно для меня одной первой части, чтобъ сыскать единицы желаемаго корня; ибо какъ она состоитъ изъ двойныхъ десятковъ помноженныхъ на единицы, то ежели удвоивъ сысканные нами уже десятки, раздѣлю на нихъ первую часть, въ частномъ (67) должны вытти единицы: остается теперь узнать, въ какой именно части 416ти содержутся сіи дважды взятые десятки, помноженныя на единицы; но мы видѣли выше, что онѣ не могутъ имѣть части въ послѣдней цыфрѣ, слѣдовательно онѣ заключаются въ 41: и такъ надлежитъ раздѣлить 41 на 10, то есть на сысканные десятки дважды взятые; ставлю такимъ образомъ подъ 41 удвоенныя десятки 10, и по раздѣленіи нахожу въ частномъ 4, то есть число единицъ, которое и приписываю съ правой руки къ 5 сысканнымъ десяткамъ.

Надлежитъ однакожъ примѣчать, что хотя сысканное теперь частное 4 есть дѣйствительно надлежащее число, но иногда можетъ случиться, что частное, найденное такимъ образомъ, будетъ больше надлежащаго; потому что 41 (то есть часть оставшаяся по отдѣленіи послѣдней цыфры) заключаетъ въ себѣ не только два раза десятки умноженные на единицы, но и еще

десятки, произшедшие изъ квадрата единицъ; того для, дабы не имѣть сомнѣнія въ цыфрѣ единицъ, должно дѣлать слѣдующую повѣрку.

По сысканіи 4, цыфры единицъ и по перенесеніи ея къ корню, приписываю ее также къ 10 удвоеннымъ десяткамъ, что дѣлаетъ 104; множу по томъ всѣ сіи цыфры тѣмъ же числомъ 4, и вычитаю попеременно произведенія изъ соотвѣтствующихъ частей 416; какъ же въ остаткѣ ничего нѣтъ, то заключаю, что корень въ самой вещи есть 54.

Но естьли бы что и осталось, то корень въ цѣлыхъ числахъ не меньше былъ бы справедливъ, лишь бы остатокъ сей не превышалъ удвоеннаго корня съ прибавленіемъ къ нему единицы: но сего опасаться нѣтъ причины, особливо когда будетъ принимаемо частное побольше.

Показанная нами повѣрка основана на самомъ составленіи квадрата; ибо при умноженіи 104 на 4 ясно видѣть можно, что мы тѣмъ беремъ квадратъ единицъ и два раза десятки, помноженные на единицы; а сіе то и дополняетъ цѣлой совершенной квадратъ.

130. Изъ сказаннаго теперь надлежитъ заключить, что для извлеченія квадратнаго

корня изъ числа, имѣющаго не больше четырехъ и не меньше трехъ цыфръ, должно, по отдѣленіи двухъ знаковъ съ правой руки, искать квадратной корень въ оставшейся съ лѣвой стороны грани; сей корень почитать за число десятковъ искомаго цѣлаго корня, и писать его по сторону даннаго числа, раздѣливъ ихъ между собою чертою.

Вычесть изъ той же самой грани квадратъ сысканнаго корня, и по написаніи остатка подъ гранью, снесть къ остатку тому двѣ отдѣленныя цыфры.

Отдѣливъ въ снесенной грани цыфру единицъ точкою, раздѣлить число, находящееся съ лѣвой руки, на удвоенные десятки, которые написать внизу подъ тѣмъ числомъ.

Частное приписать какъ къ первой цыфрѣ корня, такъ и къ удвоеннымъ десяткамъ, которые служили дѣлителемъ.

Наконецъ помножать тѣмъ же частнымъ всѣ цыфры, которыя будутъ стоять въ сей послѣдней строкѣ, и вычитать произведенія ихъ изъ соотвѣтствующихъ цыфръ верхней строки.

Довершимъ изъясненіе сіе примѣромъ.

ПРИМѢРЪ II.

Требуется квадратной корень числа 7569.

75.69 | 87 корень
116.9
16.7
000

Отдѣляю двѣ цыфры 69, и ищу квадратной корень 75 ти: онъ есть 8; пишу по сторону 8, беру квадратъ 8 ми и вычитаю изъ 75 квадратъ 64; къ остатку 11, которой пишу внизу, сношу отдѣленную грань 69.

Отдѣляю въ 1169 послѣднюю цыфру 9, и получаю во 116 ту часть, которую должно раздѣлить для сысканія единицъ.

Составляю дѣлителя удвоеніемъ сысканныхъ 8 десятковъ, и пишу его внизу подъ 116: по раздѣленіи частное выходитъ 7, которое приписываю какъ къ корню съ правой руки 8, такъ и къ дѣлителю 16.

Множу 167, которое стоитъ въ послѣдней строкѣ, на частное 7, и вычитаю произведенія по мѣрѣ, какъ ихъ сыскиваю изъ 1169; остатка нѣтъ, что доказываетъ, что 7569 есть совершенной квадратъ, и квадратъ 87 ми.

131. Должно твердо помнить, что на удвоенные десятки дѣлится одна только та часть къ лѣвой рукѣ, которая остается по отдѣленіи послѣдней цыфры; такъ что, ежели бы она и не содержала въ себѣ десятковъ дважды взятыхъ, не должно однакожъ употреблять отдѣленной цыфры, а приписывать 0 къ корню. Когда же напротивъ случится, что удвоенные десятки могутъ

содержаться въ сей части больше 9 разъ; совсѣмъ тѣмъ не должно ставить въ корнѣ болѣе 9; причина та же, какая и въ дѣленіи (*страница* 48).

132. Понявши вразумительно все, что сказали мы теперь о квадратномъ корнѣ чиселъ, не болѣе четырехъ цыфръ имѣющихъ, не трудно понять и то, какъ должно поступать съ числомъ, у котораго будетъ ихъ больше. Изъ какого бы числа цыфръ квадратной корень не состоялъ, можно однакожъ почитать его всегда составленнымъ изъ двухъ частей, изъ которыхъ одна будетъ десятки, а другая единицы; такъ напримѣръ 874 можно принимать за 87 десятковъ и 4 единицы.

Допустивши сіе и нашедши двѣ первыя цыфры въ корнѣ по предписанному способу, можно найти и третью тѣмъ же правиломъ; ибо стоитъ только принять сіи двѣ первыя цыфры за одно число десятковъ и все то сдѣлать, что было сказано для первой къ сысканію второй.

Равномѣрно сыскавши три первыя цыфры, сыщешь и четвертую, ежели она должна быть; принявъ три первыя за одно число десятковъ, поступай съ ними, какъ вы-

ше съ двумя первыми, чтобъ найти третью, и такъ далѣе.

Но чтобъ дѣйствіе было производимо своимъ порядкомъ, для сего нужно всегда сначала раздѣлять данное число на грани, по два знака въ каждой отъ правой руки къ лѣвой; послѣдняя грань можетъ состоять и изъ одной цыфры.

Причина сего раздѣленія основывается на томъ, что мы принимая корень составленнымъ изъ десятковъ и единицъ, должны по предписанному (129 и слѣд.) отдѣлять двѣ первыя цыфры отъ правой руки для того, чтобъ въ оставшейся лѣвой части имѣть квадратъ десятковъ: а какъ сія часть сама состоитъ болѣе нежели изъ двухъ цыфръ, почему таже самая причина и разсужденіе заставляютъ еще отдѣлить въ право двѣ цыфры, и такъ далѣе.

Обьяснимъ примѣромъ дѣйствіе сіе.

ПРИМѢРЪ III.

Спрашивается квадратной корень изъ 76807696.

```
76. 80. 76. 96 | 8764
128.0
167
-------
1117.6
1746
-------
7009.6
17524
-------
00000
```

Раздѣливши данное число на грани отъ правой руки къ лѣвой, по двѣ цыфры въ каждой, ищу въ послѣдней лѣвой грани 76 ти квадратный корень; нахожу его 8, и пишу 8 по сторону даннаго числа; беру квадратъ 8 ми, и вычитаю квадратъ сей 64 изъ 76; остатокъ 12 пишу подъ 76, и сношу къ нему грань 80 съ отдѣленіемъ послѣдней цыфры точкою; подъ 128 ставлю 16 удвоенный квадратной корень, потомъ говоря 16 во 128 содержится 7 разъ, приписываю 7 къ корню 8 и двойному 16; множу 167 на то же число 7, и вычитаю изъ 1280 произведеніе изъ сего умноженія; остатокъ выходитъ 111, къ которому сношу слѣдующую грань 76, отъ чего происходитъ 11176; отдѣляю у сего числа послѣднюю цыфру 6, и пишу подъ оставшеюся въ лѣво частію 174 удвоенный корень 87; дѣлю 1117 на 174, въ частномъ выходитъ 6, которое приписываю къ корню 87 и двойному 174: множу 1746 на то же число 6, и произведеніе вычитаю изъ 11176, въ остаткѣ выходитъ 700; къ сему остатку сношу 96 съ отдѣленіемъ послѣдней цыфры; подъ частью 7009, которая остается въ лѣво, пишу 1752 удвоенный корень 876, и раздѣливъ 7009 на 1752, частное 4 приписываю къ корню и двойному 1752. Множу 17524 на то же число 4, и вычитаю произведеніе изъ 70096; въ остаткѣ не останется ничего. Такимъ образомъ квадратной корень 76807696 ти есть точно 8764.

133. Когда предложенное число не совершенной квадратъ, тогда по совершеніи дѣйствія бываетъ остатокъ, а найденной квадратной корень есть корень самаго большаго квадрата, содержащагося въ данномъ числѣ; въ такомъ случаѣ хотя не можно извлечь точно квадратнаго корня, но можно подойти къ нему столь близко, какъ угодно; такъ что ошибка, которую увидѣть можно

по составленіи квадрата, будетъ весьма маловажна.

Такое приближеніе дѣлается весьма способно посредствомъ десятичныхъ. Должно приписать къ данному числу столько нулей вдвое, сколько пожелаешь имѣть десятичныхъ въ корнѣ; производить дѣйствіе обыкновеннымъ порядкомъ; на послѣдокъ отдѣлить запятою въ корнѣ съ правой руки половиною меньше десятичныхъ противу предписаннаго числа нулей. Ибо сомнѣнія въ томъ нѣтъ, что по прибавленіи 4 на примѣръ нулей, квадратъ увеличивается въ 10000, а корень найденной изъ него во 100 разъ; потому что 10000 есть квадратъ 100 та; равнымъ образомъ по прибавленіи 6 нулей, квадратъ увеличивается въ 1000000, а корень въ 1000; понеже 1000000 есть квадратъ 1000 чи: отдѣленіемъ же двухъ цыфръ справа въ первомъ случаѣ, а трехъ во второмъ, приводится корень въ тотъ видъ, какой онъ долженъ имѣть (28).

Примѣръ IV.

Требуется найти квадратной корень 87567 ми въ тысячныхъ частяхъ.

Для тысячныхъ частей потребны три десятичныя; почему надлежитъ приписать 6 нулей къ квадрату 87567, и слѣд. извлекать квадратной корень изъ 87567000000

8.75.67.00.00.00. [295917.
47.5
49
346.7
585
5420.0
5909
10190.0
59181
427190.0
591827
129111

Производя дѣйствіе, какъ въ предыдущихъ примѣрахъ было показано, найдется квадратной корень близу одной тысячной число 295917; но какъ сей корень есть изъ 87567000000, которой въ 1000000 разъ больше 87567, изъ коего ищется корень, то должно уменьшить найденной корень 295917 въ тысячу разъ, то есть отдѣленіемъ трехъ знаковъ справа; такимъ образомъ 295,917 будетъ квадратной корень 87567ми близу одной тысячной.

Равномѣрно ежели бы спрашивался квадратной корень изъ 2 близу одной десятитысячной; надобно извлечь квадратной корень изъ 200000000, которой найдется 14142; и по отдѣленіи четырехъ цыфръ справа запятою, произойдетъ 1,4142 квадратной корень изъ 2 близу одной десятитысячной.

134. Видѣли мы (97), что для умноженія дроби на дробь, надлежало помножать числителя на числителя и знаменателя на знаменателя; слѣд. для составленія квадрата изъ дроби должно брать квадратъ какъ числителя, такъ и знаменателя ея.

Такимъ образомъ квадратъ изъ $\frac{2}{3}$ есть $\frac{4}{9}$; а квадратъ изъ $\frac{4}{5}$ будетъ $\frac{16}{25}$.

135. И на оборотъ, для извлеченія квадратнаго корня изъ дроби, надлежитъ извлечь квадратный корень какъ изъ числителя ея, такъ и знаменателя.

Такимъ образомъ квадратной корень изъ $\frac{9}{16}$ есть $\frac{3}{4}$; потому что корень 9 ти есть 3, а 16 ти 4.

136. Но легко можетъ случиться, что числитель или знаменатель, или и тотъ и другой будутъ несовершенные квадраты; естьли одинъ только числитель будетъ не квадратное число, то извлекши изъ него ближайшій корень по предписанному способу, потомъ извекши корень мзъ знаменателя, поставь корень знаменателя подъ корнемъ числителя.

Въ примѣрѣ, гдѣ надобно знать квадратной корень дроби $\frac{2}{9}$, извлеки, близко или не такъ близко подходя, корень изъ числителя 2, которой найдется или 1,4 или 1,41 или 1,414 или 1,4142 и проч; а какъ 9 ти корень есть 3, то ближайшій корень дроби $\frac{2}{9}$ будетъ количество $\frac{1,4}{3}$ или $\frac{1,41}{3}$ или $\frac{1,414}{3}$ или $\frac{1,4142}{3}$ и проч.

Но ежели и знаменатель будетъ не квадратное число; тогда умноживъ оба члена дроби на того же знаменателя, отъ чего величина дроби не перемѣнится, но знаменатель сдѣлается квадратнымъ числомъ, поступай какъ въ предыдущемъ случаѣ.

Въ примѣрѣ, гдѣ спрашивается квадратной корень изъ $\frac{3}{5}$, преврати дробь сію въ $\frac{15}{25}$; по томъ извлекши квадратной корень изъ 15 до трехъ деся-

шичныхъ, какъ 3,872, равнымъ образомъ изъ 25 корень 5, получишь $\frac{3,872}{5}$ за квадратной корень изъ $\frac{3}{5}$.

Но для избѣжанія двоякаго рода дробей вмѣстѣ можно привести найденное $\frac{3,872}{5}$ въ одни десятичныя части раздѣленіемъ 3,872 на 5, такимъ образомъ 0,774 будетъ корень $\frac{3}{5}$ изображенный въ однихъ десятичныхъ частяхъ (92).

137. Напослѣдокъ ежели при дробяхъ будутъ находиться цѣлыя числа, то по приведеніи цѣлыхъ въ дроби (81), поступай, какъ предписано для одной дроби.

Для извлеченія квадратнаго корня изъ 8 $\frac{3}{7}$, приведи 8 $\frac{3}{7}$ въ $\frac{59}{7}$, а сію въ $\frac{413}{49}$, которой найдется ближайшій корень $\frac{20,322}{7}$ или 2,903.

138. Можно также приводить дробь, находящуюся при цѣломъ, въ десятичныя; но употреблять для сего всегда число десятичныхъ парное и двойное противу того, какое желаешь имѣть въ квадратномъ корнѣ; потому что произведеніе изъ умноженія двухъ чиселъ, имѣющихъ десятичныя, должно составлять столько десятичныхъ, сколько ихъ находится въ обоихъ производителяхъ (54), и слѣдовательно квадратъ числа, при которомъ находятся десятичныя, долженъ ихъ имѣть вдвое противу самаго числа.

Употребляя сей способъ въ 8 $\frac{3}{7}$, приведи 8 $\frac{3}{7}$ (92) въ 8,428571, по томъ извлекая корень изъ сей послѣдней дроби, найдешь его какъ выше 2,903.

139. Когда понадобится извлечь квадратной корень изъ количества десятичнаго; то надлежитъ стараться сдѣлать число десятичныхъ парное, ежели оно не будетъ таково для той же самой причины, которую показали (138), прибавленіемъ 1 или 3, или 5 и проч. нулей; это не перемѣнитъ величины въ количествѣ десятичныхъ (29).

Такъ на примѣръ для извлеченія квадратнаго корня изъ 21, 935 до тысячныхъ частей; извлекаю его изъ 12, 935000 и нахожу 4, 683; сей корень будетъ также и для 21, 935. Найдется равномѣрно изъ 0, 542 въ тысячныхъ корень 0, 736, а изъ 0, 0054 также въ тысячныхъ 0, 073.

О составленіи кубическихъ Чиселъ и о извлеченіи ихъ Корней.

140. Для составленія такъ называемаго *куба*, надлежитъ во первыхъ помножить число само на себя; по томъ произведеніе помножить опять на тожъ число.

И такъ кубъ какого нибудь числа есть, собственно такъ сказать, произведеніе квадрата, умноженнаго на то же число: 27 есть кубъ 3хъ, по тому что оно выходитъ изъ умноженія 9 (квадрата изъ 3) на то же число 3.

Слѣдовательно число, которое приводится въ кубъ, бываетъ три раза производителемъ; и для сей-то причины

кубъ называется также *третьею степенью* въ разсужденіи перваго числа.

141. Говорится вообще, что такое-то число возвышено во вторую, третью, четвертую, пятую и проч степень тогда, когда оно помножится само на себя 1, 2, 3, 4, 5 и проч. разъ, или когда оно бываетъ 2, 3, 4, 5 и проч. разъ производителемъ въ произведеніи.

142. *Кубической корень* даннаго куба есть число, которое будучи помножено на свой квадратъ, производитъ тотъ кубъ; такимъ образомъ 3 есть кубической корень изъ 27.

143. И такъ нѣтъ нужды въ правилахъ для составленія куба изъ какого нибудь числа; но для извлеченія кубическаго корня потребенъ способъ. Способъ сей постараемся вывести изъ разсматриванія того, что происходитъ при составленіи куба.

Замѣтимъ также, что нѣтъ нужды въ способѣ при извлеченіи кубическаго корня изъ цѣлыхъ чиселъ тогда, когда данное число имѣетъ меньше четырехъ цыфръ; ибо какъ 1000 есть кубъ 10ти; то всякое число меньше 1000, и слѣдовательно заключая въ себѣ меньше четырехъ цыфръ, будетъ имѣть

корень меньше 10, то есть корень объ одной цыфрѣ.

Такимъ образомъ всякое число, стоящее между какими нибудь двумя изъ сихъ

1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729.

Будетъ имѣть кубической корень въ цѣломъ числѣ между двумя соотвѣтствующими числами слѣдующей строки,

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9: первая строка сихъ чиселъ содержитъ кубы.

144. Хотя не всякаго даннаго числа можно означить въ числахъ точно кубической корень; однакоже можно весьма близко подойти къ такому числу, чрезъ составленіе куба котораго произведеніе довольно будетъ сходствовать съ первымъ числомъ; но объ этомъ разсуждать будемъ послѣ, какъ научимся извлекать корень изъ совершеннаго куба.

145. Разсмотримъ теперь, изъ какихъ частей можетъ состоять кубъ числа, содержащаго въ себѣ десятки и единицы.

Какъ кубъ происходитъ изъ квадрата даннаго числа, помноженнаго на тоже число; то припомнимъ здѣсь (127), что *квадратъ числа, состоящаго изъ десятковъ и единицъ, содержитъ 1 е квадратъ де-*

сятковъ ; 2е произведеніе десятковъ на единицы дважды взятое ; 3е квадратъ единицъ.

Для составленія же куба надлежитъ помножить сіи три части на десятки и единицы тогоже числа.

А дабы разобрать яснѣе выходящія изъ сего произведенія части, то дадимъ примѣрному сему дѣйствію слѣдующій образецъ :

1е.

Изъ умноженія на десятки.

Квадрата десятковъ.	выходитъ	Кубъ десятковъ.
Произведенія десятковъ на единицы дважды взятаго,		Произведеніе квадрата десятковъ на единицы дважды взятое.
Квадрата единицъ.		Произведеніе десятковъ на квадратъ единицъ.

2е.

Изъ умноженія на единицы.

Квадрата десятковъ	выходитъ	Произведеніе квадрата десятковъ на единицы.
Произведенія десятковъ на единицы дважды взятаго.		Произведеніе десятковъ на квадратъ единицъ дважды взятое.
Квадрата единицъ.		Кубъ единицъ.

И такъ разобравши сіи 6 частей, и соединивъ между собою подобныя, увидимъ, что кубъ числа, состоящаго изъ десятковъ

и единицЪ, заключаетЪ вЪ себѣ четыре части, именно: *кубЪ десятковЪ, произведенiе квадрата десятковЪ на единицы трижды взятое, произведенiе десятковЪ на квадратЪ единицЪ трижды взятое, и наконецЪ кубЪ единицЪ.*

СоставимЪ теперь по образцу сему кубЪ числа, состоящаго изЪ десятковЪ и единицЪ, на прим. изЪ 43.

$$\begin{array}{r} 64000 \\ 14400 \\ 1080 \\ 27 \\ \hline 79507 \end{array}$$

ВозмемЪ кубЪ изЪ 4, которой есть 64; но какЪ 4 представляетЪ десятки, то кубЪ его долженЪ быть тысячи, потому что кубЪ изЪ 10 есть 1000; слѣд. кубЪ 4 десятковЪ будетЪ 64000.

3жды 16 или 3жды квадратЪ 4 десятковЪ, помноженной на 3 единицы, даетЪ 144 сотни, потому что квадратЪ изЪ 10 есть 100; слѣд. произведенiе сiе будетЪ 14400.

3жды 4 или 3 жды 4 десятка, помноженные на квадратЪ 9 единицЪ, произведутЪ десятки, и сiе произведенiе будетЪ 1080.

НапослѣдокЪ кубЪ единицЪ займетЪ мѣсто единицЪ, и будетЪ 27

По сложенiи сихЪ четырехЪ частей, выходитЪ 79507 кубЪ изЪ 43; кубЪ, которой безЪ сомнѣнiя удобнѣе бы можно найти помноженiемЪ 43 на 43, и произведенiя 1849 еще на 43; но здѣсь дѣло теперь идетЪ не столько о сысканiи величины куба, какЪ о познанiи изЪ разсматриванiя частей его способа для извлеченiя корня.

146. Разобравши сіе, приступимъ къ извлеченію кубическаго корня.

ПРИМѢРЪ I.

Пусть будетъ дано извлечь кубической корень изъ 79507.

Кубъ	*Корень*
79. 507	43
155. 07	
48	

Для познанія той части даннаго числа, которая содержитъ кубъ десятковъ корня, отдѣли у него три послѣднія цыфры, въ которыхъ, какъ мы видѣли выше, не можетъ содержаться сей кубъ, потому что онъ производитъ тысячи.

Ищу кубической корень 79 ти; онъ есть 4, которое и пишу по сторону.

Беру кубъ изъ 4, и вычитаю сей кубъ 64 изъ 79; въ остаткѣ находится 15, которое пишу подъ 79.

Къ остатку 15 сношу 507, что дѣлаетъ 15507; въ семъ числѣ должны заключаться 3 жды квадратъ 4 найденныхъ десятковъ, помноженный на искомыя единицы; съ 3 жды тѣхъ же самыхъ десятковъ, помноженныхъ на квадратъ единицъ; напослѣдокъ съ кубомъ единицъ.

Отдѣляю двѣ послѣднія цыфры 07; и какъ оставшаяся въ лѣво часть 155 заключаетъ 3 жды квадратъ десятковъ, помноженной на единицы: то для сысканія единицъ (67) дѣлю часть сію 155 на утроенный квадратъ 4 десятковъ, то есть на 48.

Нахожу, что 48 въ 155 содержится 3 раза; и по тому запишу 3 въ корнѣ.

Для повѣрки сего корня равно и для того, чтобъ узнать остатокъ, ежели онъ случится, можно составить три послѣднія части куба, которыя должны находиться въ 15507, и увидѣть производятъ ли онѣ 15507 или чѣмъ отъ сего числа разнятся; можно также повѣрку сію сдѣлать, взявши вдругъ кубъ изъ 43, то есть помноженіемъ 43 на 43, и потомъ произведенія 1849 опять на 43; а какъ 43 помноженное такимъ образомъ производитъ 79507, то заключаю о числѣ 43, что оно дѣйствительно есть кубической корень.

Когда данное число будетъ больше нежели о шести знакахъ, тогда разсуждать должно, какъ слѣдующій примѣръ покажетъ.

ПРИМѢРЪ II.

Требуется извлечь кубической корень изъ 596947688.

```
596,947,688 | 842
 849,47     |
 192
 592704
-----------
   42436,88
   21168
   596947688
-----------
   000000000
```

Почитая корень даннаго числа состоящимъ изъ десятковъ и единицъ, для сей причины отдѣляю 3 послѣдніе знака.

Но какъ часть 596947, содержащая кубъ десятковъ, болѣе нежели о трехъ цыфрахъ, то и корень ея долженъ имѣть больше одной же цыфры, и слѣд. будетъ имѣть десятки и единицы: и такъ для сысканія куба сихъ первыхъ десятковъ надлежитъ отдѣлить еще три цыфры 947.

Сдѣлавъ сіе, ищу кубической корень 596 ти; онъ есть 8, которое пишу по сторону.

Беру кубъ изъ 8, и вычитаю произведеніе 512 изъ 596; остатокъ 84 пишу подъ 596.

Къ 84 сношу 947, что дѣлаетъ 84947, у котораго отдѣляю два послѣдніе знака.

Подъ частію 849 пишу 192 утроенный квадратъ изъ 8; и раздѣливъ 849 на 192, въ частномъ нахожу 4, которое ставлю въ корнѣ.

Для повѣрки сего корня, равно какъ чтобъ узнать и остатокъ, дѣлаю кубъ изъ 84, и вычитаю произведеніе 592704 изъ числа 596947; въ остаткѣ нахожу 4243.

Къ остатку сему сношу грань 688, и принимая корень 84 за одно число, означающее десятки искомаго корня, отдѣляю двѣ послѣднія цыфры 38 у снесенной грани: по томъ дѣлю часть 42236 на утроенной квадратъ изъ 84, то есть на 21168, и нахожу въ частномъ 2, которое приписываю къ 84.

Для повѣрки корня 842, равно и для того, чтобъ узнать остатокъ, ежели онъ есть, дѣлаю кубъ изъ 842, и вычитаю произведеніе 596947688 изъ даннаго числа 596947688; въ остаткѣ нѣтъ ничего, изъ чего заключаю, что 842 есть точно корень 596947688 ми.

Надобно замѣтить притомъ 1 е. что въ теченіи дѣйствія не должно никогда ставить больше 9 въ корнѣ.

2 е. Ежели цыфра, поставленная въ корнѣ, будетъ слишкомъ велика, то это увидѣть можно по вычитанію, которое не можетъ сдѣлаться; и въ такомъ случаѣ уменьшается корень поперемѣнно 1, 2, 3 и проч. единицами до тѣхъ поръ, пока вычитаніе сдѣлается возможнымъ.

147. Когда данное число не совершенный квадратъ, то сыскиваемый корень подходитъ лишъ къ настоящему, и рѣдко притомъ случается, чтобъ онъ въ цѣлыхъ былъ достаточенъ. Десятичныя и въ семъ случаѣ весьма полезны; можно также сказать, что посредствомъ ихъ подходимъ къ числу больше, нежели сколько нужда можетъ требо-

вать, хотя совсѣмъ тѣмъ никогда до настоящаго корня достигнуть не можемъ.

Дабы подойти столь близко, какъ будетъ угодно, къ кубическому корню несовершеннаго куба, надлежитъ приписать къ данному числу въ трое больше нулей противъ желаемаго числа десятичныхъ въ корнѣ; дѣлать извлеченіе какъ въ предыдущихъ примѣрахъ, и по совершеніи дѣйствія отдѣлить у корня запятою въ право столько цыфръ, сколько искали десятичныхъ.

ПРИМѢРЪ III.

Требуется сыскать кубической корень изъ 8755 въ сотыхъ частяхъ. Для сего потребны двѣ десятичныя, и слѣд. надлежитъ приписать шесть нулей къ 8755.

И такъ задача рѣшится извлеченіемъ кубическаго корня изъ 8755000000.

```
8,755,000,000 | 2061
----------------------
 07,55
 12
 8000
-------
 7550,00
 1200
 8741816
------------
  131840,00
  127308
  8754552981
  ----------
  447019
```

Послѣдуя выше показанному предписанію, раздѣляю число сіе на грани, въ каждой по три знака, начиная отъ правой руки къ лѣвой.

Извлекаю кубической корень изъ послѣдней грани 8; онъ есть 2, которое пишу по сторону въ корнѣ. Беру кубъ изъ 2, и вычитаю произведеніе изъ 8; въ остаткѣ 0, къ которому сношу грань 755, съ отдѣленіемъ у ней послѣднихъ двухъ цыфръ: подъ оставшеюся частью 7 пишу 12 утроенный квадратъ корня, и по раздѣленіи 7 на 12, нахожу 0, которой приписываю въ корнѣ.

Составляю кубъ изъ 20, онъ есть 8000; по отнятіи 8000 изъ 8755, остатокъ выходитъ 755, къ которому сношу грань 000 съ отдѣленіемъ двухъ послѣднихъ знаковъ, подъ частію 7550 пишу 1200 утроенный квадратъ корня 20, и по раздѣленіи 7550 на 1200, въ частномъ получаю 6, которое приписываю въ корнѣ.

Дѣлаю кубъ изъ корня 206, и вычитаю произведеніе изъ 8755000; въ остаткѣ будетъ 13184, къ которому сношу послѣднюю грань 000 съ отдѣленіемъ двухъ послѣднихъ знаковъ. Подъ оставшеюся частью 131840 пишу 127308 утроенный квадратъ найденнаго корня 206. Раздѣливъ 131840 на 127308, въ частномъ имѣю 1, которую приписываю къ 206; беру кубъ изъ 2061 и отнявъ произведеніе 8754552981 изъ 8755000000, въ остаткѣ нахожу 447019.

И такъ кубической корень близко подходящій къ 8755000000 ти есть 261; но какъ 8755000000 въ 1000000 разъ больше 8755, слѣд. корень его долженъ быть во 100 разъ больше корня изъ 8755, потому что 1000000 есть кубъ 100; слѣд. кубической корень 8755 есть 20,61.

Ежели бы потребовала нужда подойти еще ближе, для сего стоило бы только приписать къ остатку еще три нуля, и про-

должать дѣйствіе такимъ же образомъ, какой употребляемъ былъ при каждой сноскѣ грани.

148. Какъ для умноженія дроби умножается числитель на числителя и знаменатель на знаменателя; почему для составленія куба изъ дроби надлежитъ сдѣлать кубъ какъ изъ числителя, такъ и знаменателя ея. И обратно для извлеченія кубическаго корня изъ дроби, надлежитъ извлечь кубической корень изъ числителя и потомъ изъ знаменателя. Такимъ образомъ кубической корень изъ $\frac{27}{64}$ есть $\frac{3}{4}$, потому что изъ 27 кубической корень 3, а изъ 64 есть 4.

149. Но ежели одинъ знаменатель будетъ кубическое число; въ такомъ случаѣ, извлекши ближайшій корень изъ числителя, подпиши подъ симъ корнемъ числителя настоящій кубической корень знаменателя.

Въ примѣрѣ, гдѣ требуется найти кубической корень изъ $\frac{143}{343}$; какъ числитель не кубическое число, то нахожу ближайшій его корень 5,22 въ сотыхъ частяхъ; по томъ извлекши корень изъ 344, которой есть 7, получаю $\frac{5,22}{7}$ за ближайшій корень изъ $\frac{143}{343}$, или по приведеніи (92) совсѣмъ въ десятичныя 0,74 за такой корень, которой меньше чѣмъ на одну сотую разнится отъ настоящаго.

150. Ежели же и знаменатель будетъ не кубическое число; тогда помноживъ оба члена дроби на квадратъ знаменателя, отъ чего произойдетъ новой знаменатель кубическое число: поступай какъ въ прошедшемъ параграфѣ.

На примѣръ, когда требуется кубической корень изъ $\frac{3}{7}$; то множу числителя и знаменателя на 49 квадратъ знаменателя, отъ чего выходитъ новая дробь $\frac{147}{343}$ равная $\frac{3}{7}$. Кубической корень изъ $\frac{147}{343}$ есть $\frac{5,27}{7}$, или по приведенiи совсѣмъ въ десятичныя 0, 75.

Когда цѣлыя будутъ находиться при дробяхъ, то по приведенiи всего въ дробь, задача рѣшится извлеченiемъ кубическаго корня изъ дроби (148 и слѣд.).

Можно также, будутъ ли цѣлыя или не будутъ, приводить дробь въ десятичныя съ тѣмъ однакожъ наблюденiемъ, чтобъ дѣлать въ семъ приведенiи въ трое больше десятичныхъ противу числа десятичныхъ искомаго корня.

Такимъ образомъ для сысканiя кубическаго корня изъ $7\frac{3}{11}$ въ тысячныхъ частяхъ, перемѣняю дробь $\frac{3}{11}$ въ 0, 272727272, и нахожу для $7\frac{3}{11}$, извлекая изъ 7, 272727272 кубической корень 1, 937.

151. Для извлеченiя кубическаго корня изъ числа, имѣющаго десятичныя, надоб-

но, не приступая къ дѣйствію, приписать къ нему достаточное число нулей, такъ чтобъ число десятичныхъ состояло изъ 3, 6, 9 и проч. знаковъ, и потомъ извлекать изъ приготовленнаго такимъ образомъ числа корень, какъ бы оно было безъ запятой; по совершеніи дѣйствія отдѣлить въ корнѣ отъ правой руки запятою третное число цыфръ противу числа десятичныхъ, находившихся въ данномъ количествѣ; а ежели въ корнѣ будетъ недостатокъ въ цыфрахъ, то дополнять недостатокъ тотъ припискою нулей съ лѣвой стороны корня.

На примѣръ для извлеченія кубическаго корня изъ 6,54 въ тысячныхъ частяхъ, приписываю 7 нулей, и извлекаю оной изъ 6540000000, которой будетъ 1870; отдѣляю три знака, потому что въ кубѣ десятичныхъ находилось 9, и получаю 1,870 или просто 1,87 за кубической корень изъ 6,54. Равнымъ образомъ найду, что кубической корень изъ 0,0052 въ тысячныхъ есть 0,1732.

О Содержаніяхъ, Пропорціяхъ и Прогрессіяхъ, и о нѣкоторыхъ Правилахъ къ нимъ принадлежащихъ.

152. Слова *содержаніе* и *отношеніе* имѣютъ въ Математикѣ одно значеніе, потому что какъ то, такъ и другое значатъ *заключеніе, происходящее изъ сравненія двухъ количествъ*.

153. Когда при сравненіи двухъ количествъ спрашивается чѣмъ одно больше или меньше другаго; тогда заключенїе сравненія сего, показывающее разность двухъ количествъ, называется *Ариѳметическимъ содержанїемъ*.

И такъ при сравненїи 15 съ 8, узнаю разность между ими 7; сїе число 7 представляя ничто другое, какъ заключенїе сравненїя, есть содержанїе Ариѳметическое 15 къ 8.

Для означенія того, что два количества сравниваются въ такомъ видѣ, отдѣляются сіи количества одно отъ другаго сею чертою —; такимъ образомъ 15 — 8 означаетъ Ариѳметическое отношенїе 15 къ 8.

154. Когдажъ при сравненіи двухъ количествъ спрашивается во сколько одно другаго больше или меньше, тогда заключенїе сего сравненія называется *Геометрическимъ содержанїемъ*.

На примѣръ, ежели при сравненїи 12 съ 3 желаю знать во сколько 12 больше 3, то 4, показывающее число разъ, есть Геометрическое содержанїе 12 къ 3.

Для означенія того, что два количества сравниваются въ такомъ видѣ, отдѣляются они одно отъ другаго двумя точками.

Сїе изображенїе 12 : 3 значитЪ, что содержанїе принимается здѣсь Геометрическое 12 кЪ 3.

155. То количество изЪ двухЪ сравниваемыхЪ, которое выговаривается или пишется напередЪ, называется *первымЪ* или *предыдущимЪ членомЪ*, а другое *вторымЪ* или *послѣдующимЪ*.

ВЪ содержанїи 12 : 3, 12 есть предыдущїй членЪ, а 3 послѣдующїй.

156. ИтакЪ Ариѳметическое содержанїе двухЪ количествЪ найдется тогда, когда меньшое количество вычтется изЪ большаго.

157. А чтобЪ найти Геометрическое содержанїе двухЪ количествЪ, то должно раздѣлить одно количество на другое.

158. Величину Геометрическаго содержанія узнавать будемЪ впередЪ раздѣленіемЪ предыдущаго члена на послѣдующій; такимЪ образомЪ содержаніе 12 кЪ 3 есть 4 а содержаніе 3 кЪ 12 есть $\frac{3}{12}$ или $\frac{1}{4}$.

159. Содержаніе Ариѳметическое неперемѣнится отЪ того, когда кЪ обоимЪ его членамЪ прибавишь или изЪ обоихЪ убавишь по равному количеству; потому что разность (вЪ которой состоитЪ содержаніе) остается всегда одинаковою.

160 Содержаніе Геометрическое неперемѣнится, когда оба его члена помножатся или раздѣлятся на одо число; потому что содержаніе Геометрическое состоитъ (157) въ частномъ, произшедшемъ отъ раздѣленія предыдущаго члена на послѣдующій, и слѣд. бываетъ количество дробное, которое не можетъ перемѣниться ни отъ умноженія ни отъ раздѣленія обоихъ его членовъ на одно и тоже число. На примѣръ содержаніе 3 : 12 будетъ тоже, какъ 6 : 24, которое происходитъ изъ умноженія обоихъ членовъ перваго на 2, и тоже какъ 1 : 4, которое находится раздѣленіемъ на 3.

161. Сіе свойство можетъ служить къ приведенію содержаній въ простой видъ.

На примѣръ естьли бы потребовалось показать содержаніе длины двухъ пушекъ, изъ которыхъ одна была бы $3\frac{2}{3}$ фута, а другая $4\frac{3}{4}$ фута; тогда по приведеніи всего въ дробь, сказалъ бы я, что содержаніе сіе есть тоже какъ $\frac{11}{3}$ къ $\frac{19}{4}$, или по приведеніи къ одинакому знаменателю тоже, какъ $\frac{44}{12}$ къ $\frac{57}{12}$, или наконецъ уничтоживъ знаменателя 12, (или все равно помноживъ оба члена содержанія на 12) будетъ одинаково съ 44 къ 57.

162. Когда въ четырехъ количествахъ содержаніе двухъ первыхъ будетъ одинаково съ содержаніемъ двухъ послѣднихъ, тогда четыре количества сіи составляютъ *пропорцію.* Сія пропорція бываетъ или Ариѳметическая или Геометрическая, судя по содержанію.

Четыре количества 7, 9, 12, 14 составляютъ пропорцію Ариѳметическую, потому что разность двухъ первыхъ членовъ есть таже, какую имѣютъ два послѣднія.

Для означенія, что четыре количества находятся въ Ариѳметической пропорціи, пишется такъ $7 - 9 = 12 - 14$, то есть члены содержанія раздѣляются чертою, а сами содержанія двумя чертами. Черта, раздѣляющая члены содержанія, означаетъ *содержится къ*; а двѣ черты, отдѣляющія одно содержаніе отъ другаго знаучутъ *какъ*; и написанная пропорція выговорится такъ: 7 содержится къ 9 какъ 12 къ 14.

Четыре количества 3, 15, 4, 20 составляютъ Геометрическую пропорцію, потому что 3 содержится столько разъ въ 15, какъ 4 въ 20.

Для означенія, что количества сіи находятся въ Геометрической пропорціи, пишется такъ, $3 : 15 = 4 : 20$, то есть члены содержанія раздѣляются двумя точками, а

сами содержанія двумя чертами. Двѣ точки означаютъ *содержится къ*, а двѣ черты *какъ*; почему выговариваю написанную пропорцію 3 содержится къ 15, какъ 4 къ 20.

Надобно замѣтить однакожъ, что выговаривая Ариѳметическую пропорцію, произносимъ предъ словомъ *какъ* слово *Ариѳметически*.

163. Первый и послѣдній члены пропорціи называются *крайніе*; второй и третій *средніе*.

Какъ въ пропорціи находится два содержанія, то должно въ ней быть двумъ предыдущимъ и двумъ послѣдующимъ членамъ; въ первомъ содержаніи говорится *первый предыдущій*, *первый послѣдующій*; а во второмъ *второй предыдущій*, *второй послѣдующій*.

164. Когда два средніе члена въ пропорціи будутъ равны, то такая пропорція называется *непрерывною*.

3 — 7 = 7 — 11 составляютъ непрерывную Ариѳметическую пропорцію, которая пишется такъ ÷ 3 — 7 — 11; двѣ точки, раздѣленныя чертою, полагаются напереди для предувѣдомленія, чтобъ членъ 7 произносить дважды.

Пропорція 5 : 20 = 20 : 80 есть непрерывная Геометрическая пропорція, которая для краткости пишется такъ ∺ 5 : 20 : 80; употребленіе

четырехъ точекъ, раздѣленныхъ чертою, есть то же, какое показали въ Ариѳметической непрерывной пропорціи.

165. Слѣдуетъ изъ сказаннаго нами о пропорціяхъ Ариѳметическихъ и Геометрическихъ:

1е. Что ежели въ Ариѳметической пропорціи прибавится къ каждому изъ предыдущихъ членовъ или убавится изъ каждаго разность или содержаніе пропорціи, судя потому меньше или больше предыдущій членъ своего послѣдующаго, то каждой предыдущій сдѣлается равенъ своему послѣдующему; ибо симъ способомъ придается къ меньшому члену каждаго содержанія то, чего у него не достаетъ для равенства съ другимъ большимъ, или убавляется въ большемъ то, чѣмъ онъ превосходитъ меньшой.

Такимъ образомъ въ пропорціи 3 — 7 = 8 — 12, прибавивъ 4 къ первому и третьему членамъ, будемъ имѣть 7 — 7 = 12 — 12; и нѣтъ сомнѣнія, что это относится вообще ко всякой другой пропорціи.

2е. Ежели въ Геометрической пропорціи помножится каждой изъ двухъ послѣдующихъ членовъ на содержаніе, то они сдѣлаются равны своимъ предыдущимъ; ибо множить послѣдующій на содержаніе есть тоже, что брать его столько

разъ; сколько онъ содержится въ предыдущемъ.

Почему въ пропорціи 12 : 3 = 20 : 5, помноживъ 3 и 5 каждой на 4, получишь 12 : 12 = 20 : 20; равнымъ образомъ въ пропорціи 15 : 9 = 45 : 27 помноживъ 9 и 27 на содержаніе $\frac{15}{9}$ или $\frac{5}{3}$, получишь 5 : 15 = 45 : 45.

Свойства Ариѳметическихъ Пропорцій.

166. Главное свойство Ариѳметическихъ пропорцій состоитъ въ томъ, что *сумма крайнихъ членовъ равна суммѣ среднихъ.*

На примѣръ въ сей пропорціи 3 — 7 = 8 — 12, сумма 3 и 12 крайнихъ, и сумма 7 и 8 среднихъ составляютъ равно по 15.

Вотъ какимъ образомъ увѣриться можно въ семъ общемъ свойствѣ.

Естьли бы первые члены были равны между собою и послѣдніе также, какъ въ сей пропорціи:

7 — 7 = 12 — 12.

то безъ сомнѣнія сумма крайнихъ въ такомъ случаѣ была бы равна суммѣ среднихъ.

Но каждая пропорція приведена быть можетъ въ такое состояніе (165), или прибавленіемъ къ каждому предыдущему, или убавленіемъ изъ каждаго предыдущаго разности, находящейся въ пропорціи. Такое прибавленіе, долженствующее увеличить какъ сумму

крайнихЪ, такЪ и сумму среднихЪ, не можетЪ ничего перемѣнить однакожЪ у равенства тѣхЪ двухЪ суммЪ, потому что онѣ были равны до прибавленія сего. ТожЪ заключеніе служитЪ и для убавленія.

167. А какЪ вЪ непрерывной пропорціи два средніе члена равны, то слѣдуетЪ изЪ предыдущаго доказательства, что *сумма крайнихЪ сей пропорціи вдвое больше средняго члена*, или что *средній членЪ равенЪ половинѣ суммы крайнихЪ*,

И такЪ, чтобЪ сыскать средній Ариѳметической членЪ между 7 и 15; складываю 7 сЪ 15, по томЪ беру половину изЪ суммы 12, которая будетЪ 11 средній членЪ, такЪ что ÷ 7 — 11 — 15.

Свойства ГеометрическихЪ Пропорцій.

168. Главное свойство Геометрической пропорціи состоитЪ вЪ томЪ, что *произведеніе крайнихЪ ея членовЪ равно произведенію среднихЪ*; на примѣрЪ вЪ сей пропорціи 3 : 15 = 7 : 35 произведеніе 35 на 3 и произведеніе 15 на 7 составляютЪ по 105.

ВотЪ какимЪ образомЪ увѣриться можно, что свойство сіе имѣетЪ мѣсто во всякой пропорціи.

Естьли бы предыдущіе члены были равны своимЪ послѣдующимЪ, какЪ вЪ сей пропорціи :

$3 : 3 = 7 : 7$

то нѣтъ ни малаго сомнѣнія, что произведеніе крайнихъ было бы равно произведенію среднихъ.

Но всякую пропорцію можно привести въ такое состояніе (165) помноженіемъ обоихъ послѣдующихъ членовъ на содержаніе: такое помноженіе хотя по справедливости и увеличитъ въ нѣсколько разъ произведеніе крайнихъ предъ прежнимъ, или уменьшитъ его, ежели содержаніе будетъ дробь; но оно произведетъ такое же дѣйствіе и съ произведеніемъ среднихъ: и такъ когда послѣ умноженія произведеніе крайнихъ должно быть равно произведенію среднихъ, то оба произведенія должны быть равны также и безъ умноженія сего.

Слѣдовательно произведеніе крайнихъ можно принимать за произведеніе среднихъ, и обратно.

Заключимъ изъ сего также, что *въ непрерывной пропорціи произведеніе крайнихъ равно квадрату члена средняго*; и слѣдовательно средній членъ найдется извлеченіемъ квадратнаго корня изъ произведенія крайнихъ.

На примѣръ сыщу я среднїй пропорцїональной Геометрической членъ между двумя сими 4 и 9, помноживъ 4 на 9, и извлекши изъ произведенїя 36 квадратной корень 6, которой и будетъ среднїй пропорцїональной искомой членъ.

169. И такъ знавши три первые члена въ пропорціи, могу опредѣлить четвертый *умноженіемъ втораго на третій и раздѣленіемъ произведенія на первой*; ибо когда (67) по раздѣленіи произведенія крайнихъ на первой членъ, которой есть также крайній, выходитъ неминуемо въ частномъ четвертый крайній же членъ; но (168) произведеніе среднихъ есть тоже, что произведеніе крайнихъ, слѣд. чрезъ раздѣленіе произведенія среднихъ на первой членъ, должно выходить тоже въ частномъ, то есть четвертый членъ.

На примѣръ ежели бы спрашивалось, какъ великъ будетъ четвертой членъ въ пропорцїи, которой тремя первыми служатъ 3 : 8 = 12; для сего множу 8 на 12 и дѣлю произведенїе 96 на 3; въ частномъ выходитъ 32 искомой четвертой членъ; такъ что 3, 8, 12, 32 составятъ пропорцїю, потому что первое содержанїе равно $\frac{3}{8}$, а второе $\frac{12}{32}$, которое (83) по раздѣленїи обоихъ членовъ дроби на 4 будетъ также $\frac{3}{8}$.

Явствуетъ изъ разсужденія сего, что по извѣстнымъ тремъ членамъ пропорціи можно найти всякой другой. *Ежели искомой членъ будетъ одинъ изъ крайнихъ, тог-*

да надлежитъ умножить два средніе и раздѣлить на извѣстной крайній; есть-ли же напротивъ требуется найти какой нибудь изъ среднихъ, то должно умножить два крайніе и раздѣлить на извѣстной средній членъ.

170. Свойство равенства сего между произведеніями крайнихъ и среднихъ членовъ можетъ только принадлежать однимъ четыремъ членамъ, находящимся въ Геометрической пропорціи. Ибо ежели четыре члена не будутъ въ Геометрической пропорціи, то по умноженіи послѣдующихъ на содержаніе двухъ первыхъ членовъ, выдетъ только первый предыдущій равенъ своему послѣдующему; на примѣръ когда бы даны были 3, 12, 5, 10, то по умноженіи послѣдующихъ 12 и 10 на содержаніе $\frac{1}{4}$ двухъ первыхъ членовъ 3 и 12, произошли бы 3, 3, 5, $\frac{10}{4}$, въ которыхъ безъ сомнѣнія произведеніе крайнихъ не можетъ быть равно произведенію среднихъ; слѣд. произведенія сіи не могли бы быть равны и безъ умноженія послѣдующихъ на содержаніе $\frac{1}{4}$: истина разсужденія сего можетъ имѣть мѣсто во всякомъ другомъ случаѣ.

Слѣдуетъ изъ сего, что *четыре члена, коихъ произведеніе крайнихъ равно*

произведенію среднихъ, *составляютъ пропорцію*. Изъ того же выведемъ сіе второе свойство.

171. *Четыре члена, составляющіе пропорцію, составятъ оную и тогда, когда крайніе будутъ поставлены на мѣстѣ среднихъ, а средніе на мѣстѣ крайнихъ.*

172. Для той же причины увѣряемся, что *пропорція состоится и тогда, когда какъ крайніе, такъ и средніе члены перевъ ней мѣнятъ свои мѣста.*

Вѣ самомъ дѣлѣ удобно видѣть можно, что во всѣхъ слѣдующихъ случаяхъ, произведеніе крайнихъ будетъ равно произведенію среднихъ.

И такъ изъ пропорціи $3:8=12:32$ можно вывести всѣ слѣдующія пропорціи одною переставкою или перемѣною членовъ.

$$3:8=12:32$$
$$3:12=8:32$$
$$32:12=8:3$$
$$32:8=12:3$$
$$8:3=32:12$$
$$8:32=3:12$$
$$12:3=32:8$$
$$12:32=3:8$$

Тоже можно сдѣлать изъ всякой другой пропорціи.

173. Какъ третій членъ можно поставить на мѣсто втораго, и обратно; то

должно заключить изъ сего, что *можно безъ уничтоженія пропорціи множить и дѣлить какъ оба предыдущіе на одно число, такъ и оба послѣдующіе*; ибо по перемѣнѣ такой два предыдущіе члена данной пропорціи произведутъ первое содержаніе, а два послѣдующіе второе. Но явствуетъ, что въ семъ случаѣ должно раздѣлить оба члена содержанія на одно число, что (160) не перемѣняетъ отнюдь содержанія.

174. *Перемѣна сдѣланная такъ, что или сумма предыдущаго и послѣдующаго, или разность ихъ сравнивалась бы въ каждомъ содержаніи съ предыдущимъ или послѣдующимъ членомъ, составитъ всегда пропорцію.*

На примѣръ изъ пропорціи,

12 : 3 = 32 : 8.

можно вывести слѣдующія пропорціи:

12 съ 3 : 3 = 32 съ 8 : 8
или 12 безъ 3 : 3 = 32 безъ 8 : 8
или 12 съ 3 : 12 = 32 съ 8 : 32
или 12 безъ 3 : 12 = 32 безъ 8 : 32

Ибо ежели сравненіе дѣлается съ послѣдующимъ, то видѣть можно, что предыдущій увеличенный или уменьшенный послѣдующимъ, будетъ содержать въ себѣ сей послѣдующій одинъ разъ больше или меньше предъ прежнимъ; а какъ сравненіе дѣлается такимъ же образомъ и во второмъ содер-

жаніи, которое по свойству пропорціи равно первому; то слѣдуетъ необходимо, что новыя сіи содержанія должны быть равны между собою.

Когдажъ сравненіе дѣлается съ предыдущимъ, то опять такое разсужденіе будетъ имѣть мѣсто, вообразивъ что въ пропорціи, въ которой производится сія перемѣна, предыдущій каждаго содержанія поставленъ на мѣсто послѣдующаго, а послѣдующій на мѣсто предыдущаго, что (171) позволяется.

175. Когда при переставкѣ третьяго члена на мѣсто втораго и обратно, пропорція остается (172); то должно изъ сего заключить, что предыдущіе члены содержутъ одинъ другаго столько разъ, сколько и послѣдующіе.

Почему *сумма предыдущихъ членовъ во всякой пропорціи содержится къ суммѣ послѣдующихъ такъ, какъ какой нибудь изъ предыдущихъ къ своему послѣдующему.*

На примѣръ въ пропорціи
12 : 3 = 32 : 8
12 съ 32 : 3 съ 8 = 32 : 8, что понятно.

Но чтобъ увѣриться вообще, стоитъ только замѣтить, что когда первый пре-

дыдущій содержитъ второй четырежды на примѣръ, въ такомъ случаѣ сумма двухъ предыдущихъ содержать будетъ второй пять разъ; и по той же причинѣ сумма послѣдующихъ будетъ содержать второй послѣдующій пять разъ; и такъ сумма предыдущихъ будетъ содержаться къ суммѣ послѣдующихъ, какъ одинъ изъ предыдущихъ упятеренный къ своему послѣдующему упятеренному, то есть какъ какой нибудь изъ предыдущихъ къ своему послѣдующему.

Равномѣрно докажется, что *разность предыдущихъ содержится къ разности послѣдующихъ, какъ какой нибудь предыдущій къ своему послѣдующему.*

176. Безъ сомнѣнія доказанная теперь пропорція перемѣняется въ слѣдующую, когда содержанія будутъ равны.

На примѣръ содержаніе . .	4 : 12
и	7 : 21
	11 : 33

Ибо чрезъ сложеніе предыдущаго съ предыдущимъ и послѣдующаго съ послѣдующимъ выходитъ еще такое же содержаніе.

Слѣдуетъ изъ сего, что *ежели будутъ даны многія равныя содержанія, сумма всѣхъ предыдущихъ къ суммѣ всѣхъ*

послѣдующихъ будетъ содержаться такъ, какъ какой нибудь изъ предыдущихъ къ своему послѣдующему.

На примѣръ въ равныхъ содержаніяхъ 4 : 12 = 7 : 21 = 2 : 6, можно заключить что 4 съ 7 съ 2 содержутся къ 12 съ 21 съ 6, какъ 7 къ 21 и проч.

Ибо по сложеніи предыдущихъ членовъ двухъ первыхъ содержаній, также и послѣдующихъ, выдетъ новое содержаніе по предыдущему доказательству одинаковое съ каждымъ первымъ, и будетъ также равно съ третьимъ; слѣд. сложивъ его съ симъ послѣднимъ, получишь еще равное, и такъ далѣе.

177. *Сложнымъ содержаніемъ* называется то, которое происходитъ изъ двухъ или большаго числа содержаній, у которыхъ какъ предыдущіе члены, такъ и послѣдующіе помножатся между собою.

На примѣръ въ двухъ содержаніяхъ 12 : 4 и 25 : 5, произведеніе предыдущихъ будетъ 300, послѣдующихъ 20; содержаніе 300 къ 20 есть то, что называемъ мы *сложнымъ содержаніемъ содержаній* 12 къ 4 и 25 къ 5.

178. Сіе содержаніе происходитъ изъ того, какъ бы по исчисленіи каждаго содержанія входящаго въ сложеніе, умножены были между собою числа, изображающія тѣ содержанія; на пр. содержаніе 12 къ 4 есть 3, а 25 къ 5 есть 5; но 3 жды 5 произ-

водятъ 15, и 15 дѣйствительно есть содержаніе 300 къ 20; истина сего есть общая съ тѣмъ только отличіемъ, что въ содержаніи представленномъ дробью (157), которой числителемъ служитъ предыдущій членъ, а знаменателемъ послѣдующій. Сложное содержаніе должно быть также дробь, имѣющая числителемъ произведеніе двухъ предыдущихъ членовъ, а знаменателемъ произведеніе двухъ послѣдующихъ; слѣд. произведеніе двухъ дробей, изображающихъ тѣ содержанія, которыя входятъ въ сложеніе.

179. Когда умножаемыя содержанія будутъ равны, тогда сложное содержаніе называется *содержаніемъ двойнымъ*; когда умножаются два разныя содержанія, тогда выходитъ сложное содержаніе *тройное*; когда три, *четверное* и такъ далѣе.

180. *Ежели въ двухъ пропорціяхъ умножатся члены такимъ порядкомъ: первой членъ одной пропорціи на первой членъ другой; второй на второй и такъ далѣе, то четыре происшедшія изъ того произведенія будутъ между собою пропорціональны.*

Ибо умножая такимъ образомъ двѣ пропорціи, ничто другое дѣлаемъ, какъ по

множаемъ два равныя содержанія на другія два равныяжъ; слѣд. два происшедшія сложныя содержанія должны быть равны; а потому и четыре произведенія должны быть пропорціональны.

181. Заключимъ же изъ сего, что *квадраты, кубы и вообще всѣ одинакія степени четырехъ количествъ, находящихся въ пропорціи, должны быть также пропорціональны*; потому что для составленія сихъ степеней надлежитъ помножить пропорцію саму на себя нѣсколько разъ.

182. *Квадратные кубическіе и вообще всѣхъ степеней одинакіе корни четырехъ въ пропорціи находящихся количествъ, будутъ также пропорціональны*; потому что содержаніе квадратныхъ корней изъ двухъ первыхъ членовъ, не иное что есть, какъ квадратной корень содержанія тѣхъ же двухъ членовъ (157 и 135); то же заключается о содержаніи квадратныхъ корней двухъ послѣднихъ членовъ: слѣд. когда начальныя два содержанія равны, то и квадратные корни ихъ равны: слѣд. содержаніе квадратныхъ корней изъ двухъ первыхъ членовъ будетъ равно содержанію квадратныхъ корней изъ двухъ послѣднихъ. Тоже доказательство служить можетъ для

кубическихъ корней, четвертой степени и проч.

О употреблении предыдущихъ Пропорцій.

183. Доказанныя нами предложенія, которыя иначе называются *Правилами пропорцій*, весьма употребительны во всѣхъ частяхъ Математики. Мы упомянемъ здѣсь о тѣхъ только, которыя относятся къ Ариѳметикѣ и начнемъ именно правиломъ, которое можно вывести изъ предложенія (169), служившаго основаніемъ всѣмъ прочимъ.

О Тройномъ Правилѣ прямомъ и простомъ.

184. Многіе находятся роды *Тройнаго* правила, и всѣми ими сыскивается вообще какой нибудь членъ пропорціи, въ которой будутъ даны три прочіе.

Тожъ, которое именуется *Тройнымъ правиломъ прямымъ и простымъ*, названо простымъ по тому, что предлагаемые вопросы, кои посредствомъ онаго рѣшатся, заключаютъ въ себѣ всегда четыре количества, изъ которыхъ три даны, а четвертое сыскивается.

А *прямымъ* называется для того, что всегда между четырью количествами находятся два такія, которыя не только что сходствуютъ съ двумя другими, но и зависятъ отъ нихъ такъ, что сколько разъ содержится какое нибудь количество въ другомъ одного съ нимъ рода, столькожъ содержится и сходственное съ первымъ количествомъ въ количествѣ сходственномъ со вторымъ; короче сказать такъ, что сходственныя количества могутъ занимать всегда мѣсто предыдущихъ или послѣдующихъ членовъ пропорціи. Въ такомъ случаѣ два главныя количества называются *прямыми пропорціональными* въ разсужденіи своихъ сходственныхъ.

ПРИМѢРЪ I.

40 Работниковъ выкопали въ нѣкоторое время 268 саженъ земли; спрашивается сколько вырыть могутъ 60 человѣкъ въ то же время?

Нѣтъ сомнѣнія въ томъ, что число сажень должно увеличиться по мѣрѣ числа работниковъ; такъ что ежели сіе послѣднее сдѣлалось бы двойнымъ, тройнымъ, четвернымъ и проч. то и первое должно быть вдвое, трое, четверо и проч. больше. Изъ сего явствуетъ, что число искомыхъ саженъ должно содержать въ себѣ 268 саженъ столько же, сколько число сходственное съ первымъ содержитъ 40 сходственное со вторымъ: и такъ должно искать четвертый членъ въ пропорціи, которая начинается сими тремя.

$$40 : 60 = 268^{c}$$

Или (по раздѣленіи двухъ первыхъ членовъ на 20), что позволяется (160), сими другими тремя:

$$2 : 3 = 268^{c} :$$

Такимъ образомъ по предписанному (169) множу 268 на 3, и дѣлю произведеніе 804 на 2, что въ частномъ дастъ 402; и слѣд. 402 будетъ число сажень, которое должны вырыть 60 работниковъ.

ПРИМѢРЪ II.

Артиллерійской отрядъ въ 6 дней прошолъ 138 верстъ; спрашивается во сколько времени пройдетъ онъ 1081 версту, употребляя одинакой маршъ?

Легко понять можно, что времени для сего потребно соразмѣрно числу верстъ, и слѣд. число искомыхъ дней должно содержать въ себѣ 6 дней столькожъ, сколько 1081 верста содержитъ 138 верстъ. И такъ надлежитъ искать четвертый членъ въ слѣдующей пропорціи,

$$138 : 1081 = 6$$

Въ которой по умноженіи 1081 на 6, и по раздѣленіи произведенія 6486 на 138 найдется 47 дней.

ПРИМѢРЪ III.

Ежели за 52 саж. 4 фут. 5 дюйм. земляной работы было заплачено 48 руб. 32 коп. Спрашивается сколько придется заплатить за 77 саж. 1 фут. 8 дюйм. по той же цѣнѣ?

Цѣна за 77 саж. 1 фут. 8 дюйм. должна содержаться къ цѣнѣ 48 руб. 32 коп. также, какъ 77 саж. 1 фут. 8 дюйм. содержутся къ 52 саж. 4 фут. 5 дюйм. Слѣд. должно искать четвертой членъ въ пропорціи, которой тремя первыми будутъ:

$$52^{с}\ 4^{ф}\ 5^{д} : 77^{с}\ 1^{ф}\ 8^{д} = 48^{р}\ 32^{к}$$

То есть должно умножить 48 руб. 32 коп. на 77 саж. 1 фут. 8 дюйм. и произведеніе раздѣлить на 52 саж. 4 фут. 5 дюйм. (116 и 122).

Или гораздо удобнѣе сдѣлается, когда по приведенiи двухъ первыхъ членовъ въ малѣйшiй сортъ, то есть въ дюймы, сыщется четвертой членъ въ пропорцiи, начинающейся сими тремя членами:

$$4421 : 6488 = 48^{р}\ 32^{к}$$

Тогда умноживъ 48 руб. 32 коп. на 6488, и раздѣливъ произведенiе 313500 руб. 16 коп. на 4421, получишь въ частномъ 70 руб. 91 $\frac{705}{4421}$ коп. то, что должно заплатить за 77 саж. 1 фут. 8 дюйм.

Ежели случатся дроби, то по приведенiи двухъ членовъ одного рода въ малѣйшiя ихъ единицы, какъ показано въ предыдущемъ примѣрѣ, можно содержанiе сихъ двухъ членовъ сдѣлать простѣйшимъ тѣмъ способомъ, которой былъ предписанъ (161).

О Тройномъ Правилѣ возвратномъ и простомъ.

185. Тройное правило *возвратное и простое* отличается отъ тройнаго правила прямаго, которое мы теперь объяснили, тѣмъ только, что изъ четырехъ количествъ, входящихъ въ предложенiе вопроса, одно которое нибудь содержитъ въ себѣ другое такогожъ рода такъ, какъ количество относящееся къ первому содержится напротивъ въ томъ, которое относится ко второму; такъ что когда по разсмотрѣнiи вопроса расположатся количества приличнымъ образомъ для пропорцiи, то количество одно изъ двухъ начальныхъ и другое ему соотвѣтствующее должны составлять крайнiе члены, а другое изъ

начальныхъ съ своимъ соотвѣтствующимъ средніе. Въ семъ правилѣ начальныя количества называются *взаимно пропорціональными* къ своимъ сходственнымъ.

Впрочемъ сіе не причиняетъ перемѣны въ дѣйствіи, потому что все таки ищется четвертой членъ въ пропорціи, или по крайней мѣрѣ располагается рѣшеніе такимъ образомъ.

Нѣкоторые Ариѳметики предписали для сего случая особенное правило, которое сображать должно съ предложеніемъ вопроса; но мы не послѣдуемъ оному, потому что не предложеніе (которое часто бываетъ не исправно), а сила вопроса должна управлять рѣшеніемъ.

ПРИМѢРЪ I.

30 Человѣкъ сдѣлали нѣкоторую работу въ 25 дней; спрашивается сколько надобно человѣкъ для совершенія той же работы въ 10 дней? Всякому понятно, что въ семъ случаѣ потребно тѣмъ больше людей, чѣмъ число дней будетъ меньше; почему искомое число людей должно содержать въ себѣ число 30 человѣкъ столькожъ, сколько число 25 дней, сходственное съ симъ послѣднимъ, содержитъ число 10 дней, сходственное съ первымъ. И такъ стоитъ только найти четвертой членъ въ пропорціи, которой первыми тремя будутъ:

$$10^{д} : 25^{д} = 30^{ч}$$

То есть умножить 30 на 25, и произведеніе 750 раздѣлить на 10, отъ чего произойдетъ 75 требуемое число людей.

ПРИМѢРЪ II.

Знавши, что Лондонской футъ содержится къ Парижскому (Королевскому) какъ 15 : 16, желаю знать сколько 720 Лондонскихъ футовъ составятъ Парижскихъ? Нѣтъ сомнѣнія, что для измѣренія одной и той же извѣстной длины потребно меньше Парижскихъ, чѣмъ Лондонскихъ футовъ, въ такомъ точно содержаніи, какъ первая сія мѣра больше другой; почему вопросъ рѣшится сысканіемъ четвертаго члена въ пропорціи, начинающейся сими тремя:

16 : 15 = 720 :

И помноживъ 720 на 15, по томъ произведеніе раздѣливъ на 16, получишь въ частномъ 675, то число Парижскихъ футовъ, которое будетъ равно 720 Лондонскимъ.

ПРИМѢРЪ III.

Отрядъ идучи въ день по 5 часовъ можетъ перейти нѣкоторое растояніе въ 18 дней; но когда бы нужда потребовала совершить путь сей въ 12 дней, спрашивается по скольку часовъ отрядъ тотъ долженъ итти на день, предполагая одинакимъ маршомъ?

Явствуетъ, что онъ долженъ итти каждой день тѣмъ болѣе часовъ противу 5 часовъ, какъ 12 дней, данные къ совершенію пути, меньше противъ 18. Слѣд. сила вопроса требуетъ найти четвертой членъ въ пропорціи, расположенной такъ:

12 : 18 = 5 :

18 помноживъ на 5, и произведеніе 90 раздѣливъ на 12, получишь въ частномъ $7\frac{1}{2}$, число часовъ, которое долженъ итти отрядъ каждой день.

О Тройномъ Правилѣ сложномъ.

186 Въ обоихъ, изъясненныхъ нами тройныхъ правилахъ, искомое количество съ предложеннымъ количествомъ однаго рода имѣетъ

содержаніе простое и опредѣленное содержаніемъ двухъ прочихъ данныхъ количествъ.

Но въ сложномъ тройномъ правилѣ содержаніе искомаго количества съ предложеннымъ въ вопросѣ количествомъ одного рода не опредѣляется уже простымъ содержаніемъ двухъ прочихъ количествъ, но многими простыми содержаніями, которыя смотря по вопросамъ дѣлаются сложными.

По учиненіи же содержаній сихъ сложными правило превращается опять въ тройное правило простое. Слѣдующіе примѣры могутъ объяснить лучше сказанное.

Примѣръ I.

30 человѣкъ вырыли 132 сажени земли въ 18 дней; спрашивается сколько выкопать могутъ 54 человѣка въ 28 дней?

По вопросу видѣть можно, что работа зависитъ здѣсь не только отъ числа людей, но и еще отъ числа дней.

И такъ чтобъ имѣть въ виду и то и другое, надлежитъ представить себѣ, что 30 человѣкъ въ 18 дней сработать должны столькожъ, сколько 30 человѣкъ усугубленные въ 18 разъ, то есть 540 человѣкъ сработаютъ въ одинъ день.

Равнымъ образомъ 54 человѣка, работая 28 дней должны сдѣлать стольկожъ, сколько въ 28 разъ больше противъ 54 человѣкъ, то есть 1512 человѣкъ сработаютъ въ одинъ день.

И такъ первый вопросъ перемѣнится въ слѣдующій: ежели 540 человѣкъ выкопаютъ 132 сажени, то сколько выкопать должны въ тоже время 1512 человѣкъ? то есть надлежитъ сыскать четвертой членъ въ пропорціи, которой первыми тремя членами будутъ:

$$540^{ч} : 1512^{ч} = 132 \text{ саж}:$$

Помноживъ 1512 на 132, и раздѣливъ произведеніе на 540, получишь $369\frac{3}{5}$, то число саженъ, которое выкопать должны 54 человѣка въ 28 дней.

ПРИМѢРЪ II.

Человѣкъ идучи на день по 7 часовъ, прошолъ въ 30 дней 750 верстъ; спрашивается во сколько бы дней перешолъ онъ 2000 верстъ, естьли бы пошелъ на день по 10 часовъ, продолжая путь съ одинакою скоростію?

Естьли бы онъ шолъ одно число часовъ на день въ каждомъ случаѣ, то долженъ бы употребить тѣмъ больше времени, чѣмъ дорога была бы продолжительнѣе; а какъ онъ идетъ во второй разъ гораздо болѣе часовъ на день, чѣмъ прежде, слѣд. времени употребляетъ меньше. И такъ дѣйствіе производится частію тройнымъ правиломъ прямымъ и частію возвратнымъ.

Оно приведется также въ тройное правило простое, когда по представленіи себѣ, что итти 30 дней, въ каждые по 7 часовъ, значитъ итти 30 разъ 7 часовъ или 210 часовъ, перемѣнимъ прежній вопросъ въ слѣдующій другой: естьли въ 210 часовъ перешолъ человѣкъ 750 верстъ, то во сколько онъ пройдетъ 2000 верстъ? И нашедши число часовъ, удовлетворяющее сему вопросу, раздѣли его на 10, чрезъ что получишь число искомыхъ дней; потому что человѣкъ, о которомъ здѣсь рѣчь идетъ, шолъ на день по 10 часовъ.

И такъ надлежитъ искать четвертой членъ въ пропорціи, начинающейся сими тремя:

$$750^{в} : 2000^{в} = 210^{ч}.$$

Сей четвертой членъ будетъ 560 часовъ, по раздѣленіи которыхъ на 10, то есть на число часовъ, кои были употребляемы на дорогу каждой день, получишь 56 желаемое число дней.

О Правилѣ Товарищества.

187. Правило товарищества названо такъ потому, что оно служитъ къ раздѣлу между многими товарищами прибытка или убытка, происходящаго отъ ихъ союза.

Цѣль его есть та, чтобъ раздѣлить предложенное число на такія части, которыя бы находились между собою въ опредѣленныхъ содержаніяхъ.

Рѣшеніе правила сего основывается на предложеніи (176); слѣдующій примѣръ покажетъ, какъ оно изъ него выведено быть можетъ.

Примѣръ I.

Пусть требуется раздѣлить 120 на три части такія, которыя бы содержались между собою какъ числа 4, 3, 2. Предложеніе вопроса снабжаетъ слѣдующими равными содержаніями: 4 должно содержаться къ первой части данной суммы такъ, какъ 3 ко второй, какъ 2 къ третей.

Но мы видѣли (176), что сумма предыдущихъ членовъ въ нѣсколькихъ равныхъ

содержаніяхъ, содержится къ суммѣ послѣдующихъ такъ, какъ какой нибудь предыдущій къ своему послѣдующему; слѣд. можно заключить, что сумма 9 трехъ частей, пропорціональныхъ къ частямъ искомымъ, содержаться будетъ къ суммѣ 120 сихъ послѣднихъ частей, какъ какая нибудь изъ данныхъ трехъ пропорціональныхъ частей къ части изъ 120, соотвѣтствующей ей.

Почему правило сіе требуетъ: 1е сыскать сумму данныхъ пропорціональныхъ частей; 2е сдѣлать троиное правило столько разъ, сколько нужно найти частей, и въ которомъ первымъ членомъ будетъ сумма данныхъ пропорціональныхъ частей, вторымъ число слѣдующее къ раздѣленію, а третьимъ какая нибудь изъ данныхъ пропорціональныхъ частей. Такимъ образомъ для рѣшенія вопроса, взятаго въ примѣръ, надлежитъ сдѣлать три слѣдующія тройныя правила:

$$9 : 120 = 4 :$$
$$9 : 120 = 3 :$$
$$9 : 120 = 2 :$$

коихъ четвертые члены найдутся $53\frac{1}{3}$, 40, $26\frac{2}{3}$, имѣющіе между собою желаемое содержаніе, и составляющіе вмѣстѣ число 120.

впрочемъ удобно замѣтить можно, что нѣтъ необходимой нужды дѣлать столько тройныхъ правилъ, сколько требуется сыскать частей; потому что послѣдняя найдется сама по себѣ чрезъ вычитаніе суммы двухъ найденныхъ частей изъ даннаго числа.

ПРИМѢРЪ II.

Съ трехъ волостей С. Т. Р. надобно собрать разнаго хлѣба, именно ржи 4500 четвертей, пшеницы 2500, овса 4550, ячменю 2200, крупъ 2210, полбы 820, пшена 820, конопляннаго сѣмя 820; сей сборъ долженъ произведенъ быть сообразно и пропорціонально числу душъ каждой волости, коихъ въ С находится 6000, въ Т 1400, въ Р 1100. Спрашивается сколько съ каждой волости придется взять всякаго хлѣба?

Образецъ сбора по душамъ.

С	6000
Т	1400
Р	1100
	8500

Понеже каждой хлѣбъ надобно взять соразмѣрно числамъ 6000, 1400 и 1100; и такъ чтобъ узнать сколько съ каждой волости придется, на примѣръ ржи, ищу четвертой членъ въ каждой изъ слѣдующихъ трехъ посылокъ.

8500 : 4500 или 85 : 45 = 6000:
85 : 45 = 1400:
85 : 45 = 1100:

Такимъ же образомъ найдется число четвертей пшеницы, овса и проч. которое слѣдуетъ взять съ каждаго мѣста. Сборъ оный будетъ сей.

Родъ хлѣба.	Число четвертей, которое приходится съ каждой волости.		
	съ С.	съ Т.	съ Р.
4500 ржи. . .	3177.	741.	582.
2500 пшеницы.	1765.	412.	323.
4550 овса. . .	3212.	749.	589.
2200 ячменю.	1553.	362.	285.
2210 крупъ. .	1560.	364.	286.
820 полбы. .	579.	135.	106.
820 пшена. .	579.	135.	106.
800 сѣмя. .	565.	132.	103.
18400.	12990.	3030.	2380.

ПРИМѢРЪ III.

Три хозяина барокъ дѣлаютъ ращотъ за провозъ вина въ 1500 руб. Барка перваго была нагружена 80 бочками на 200 верстъ, втораго 60 бочками на 300 верстъ, а третьяго 120 бочками на 240 верстъ; спрашивается по скольку каждому достанется?

Дабы рѣшить вопросъ сей предыдущимъ правиломъ, надлежитъ привести разные провозы въ одинакой шакимъ порядкомъ:

За 80 бочекъ, провезенныя 200 верстъ должно заплатить, какъ бы за 80 бочекъ въ 200 разъ больше, или за 16000 бочекъ, которыя провезены были одну версту. Равнымъ образомъ за 60 бочекъ, провезенныя 300 верстъ, слѣдуетъ заплатить, какъ бы за 300 разъ 60 бочекъ, или за 18000 бочекъ, провезен-

ныя одну версту. Наконецъ за 120 бочекъ, провезенныя 240 верстъ, заплатится какъ бы за 240 разъ 120 бочекъ, или за 28800 бочекъ, провезенныя одну версту.

И такъ первой вопросъ будетъ тотъ же, какъ бы что слѣдовало заплатить за провозъ тремъ баркамъ, которыя нагружены были на одно растоянїе : 1 я. 16000 боч. 2 я. 18000 боч. и 3 я. 28800 боч. Почему дѣло состоитъ теперь въ томъ только, чтобъ раздѣлить 1500 рублей на три части пропорцїонально числамъ 16000, 18000 и 28800; а сїе сдѣлается, когда для каждой изъ слѣдующихъ трехъ посылокъ найду четвертой членъ.

62800 : 1500 или 628 : 15 = 16000 : 382 руб. 16 $\frac{88}{157}$ коп.

628 : 15 = 18000 : 429 93 $\frac{99}{157}$

628 : 15 = 28800 : 687 89 $\frac{127}{157}$.

Примѣръ IV.

Армїя, которой артиллерїя состоитъ во 156 орудїяхъ, раздѣлена на три дивизїи такъ, что сила первой содержится ко второй, какъ 5 : 4, и опять сила той же первой къ третей = 7 : 3. Требуется раздѣлить артиллерїю пропорцїонально силѣ каждой дивизїи.

Какъ сила первой дивизїи представлена въ первомъ содержанїи 5тью, а во второмъ 7мью, того ради прежде всего надлежитъ привести ее въ одно число; а сїе удобно сдѣлано быть можетъ помноженїемъ членовъ перваго содержанїя на 7, а втораго на 5: ибо тѣмъ отнюдь не перемѣнится содержанїе. Тогда силы первой, второй и третей дивизїи должны уже быть между собою, какъ числа 35, 28 и 15; слѣд. стоитъ только раздѣлить 156 на три части пропорцїонально числамъ 35, 28 и 15. Рѣшенїе произведено будетъ въ дѣйство по первому примѣру, такъ что для первой дивизїи достанется 70, для второй 56, а для третей 30 орудїй.

Объ Ариѳметической Прогрессіи.

188. Прогрессія Ариѳметическая есть порядокъ членовъ, изъ которыхъ каждой или превосходитъ свой предыдущій, или бываетъ тѣмъ превосходимъ одинакимъ количествомъ.

На примѣръ сей рядъ чnоновъ......

÷ 1. 4. 7 10. 13. 16. 19. 22. 25 и проч.

есть Ариѳметическая прогрессія, потому что каждой послѣдующій членъ превосходитъ свой предыдущій одинакимъ количествомъ, которое здѣсь 3.

Двѣ точки раздѣленныя чертою, и стоящія передъ прогрессіею означаютъ, что должно, когда выговаривать будемъ сію прогрессію, повторять каждой членъ, кромѣ перваго и послѣдняго, такимъ образомъ: 1 содержится къ 4, какъ 4 къ 7, какъ 7 къ 10 и проч.

Прогрессія называется возрастающею или умаляющеюся судя потому, какъ рядъ членовъ продолжается, увеличиваясь или уменьшаясь; но какъ свойство той и другой одинаковы съ перемѣною однихъ словъ *съ* на *безъ* и *сложить* на *вычесть*, то мы разсматривать ее намѣрены здѣсь единственно возрастающею.

189. Явствуетъ изъ опредѣленія Ариѳметической прогрессіи, что съ помощію перваго члена и разности содержанія прогрессіи, можно вывести всѣ прочіе члены чрезъ непрерывное сложеніе той разности, и слѣдовательно

Второй членъ состоитъ изъ перваго, сложеннаго съ разностію.

Третій состоитъ изъ втораго, сложеннаго съ разностью, и слѣд. изъ перваго сложеннаго съ двумя разностьми.

Четвертой изъ третьяго съ разностью, или изъ перваго съ тремя разностьми.

190. И такъ можно вообще заключить, что въ *прогрессіи Ариѳметической каждой членъ состоитъ изъ перваго сложеннаго съ столькими разностьми, сколько находится членовъ передъ нимъ.*

191. Почему когда первой членъ будетъ нуль, всякой другой членъ прогрессіи равняется такому числу разностей, сколько членовъ находится передъ нимъ.

192. Правило сіе можетъ имѣть два слѣдующія употребленія.

1 е. Посредствомъ его можно сыскать каждой членъ прогрессіи, не сыскивая прочихъ передъ нимъ стоящихъ. Пусть для

примѣра требовалось бы найти 100тый членъ въ слѣдующей прогрессіи:

÷ 4. 9. 14. 19. 24 и проч.

Какъ желаемый членъ долженъ быть сотый, по сей причинѣ находится передъ нимъ 99 другихъ; слѣд. онъ состоитъ изъ перваго члена 4 и 99 разъ разности 5, то есть изъ 4 съ 495, или просто онъ будетъ равенъ 499.

193. 2е. Помощію сегожъ правила соединяются два какія нибудь числа порядкомъ столькихъ другихъ чиселъ, сколько пожелается — такъ что всѣ они вмѣстѣ составятъ Ариѳметическую прогрессію. Соединять такимъ образомъ числа иначе называется *помѣщать* или *находить между двумя какими нибудь данными числами многіе средніе Ариѳметическіе пропорціональные члены*, или просто *нѣсколько среднихъ Ариѳметическихъ*.

На примѣръ для соединенія 1 и 7 пятью числами, которыя бы составили съ 1 и 7 Ариѳметическую прогресію, будутъ служить числа 2, 3, 4, 5, 6. Но какъ не всегда съ такою легкостію узнавать можно сіи числа, то вотъ способъ, какъ находить ихъ по изъясненному правилу.

Сыщи вопервыхъ, разность долженствующую находиться между числами прогрессіи. А какъ большой членъ изъ двухъ данныхъ чиселъ долженъ быть послѣднимъ въ прогрессіи, слѣд. онъ долженъ состоять изъ перваго, то есть изъ меньшаго и разности, взятой столько разъ, сколько находится членовъ до самаго большаго. И такъ когда изъ большаго данныхъ двухъ чиселъ вычтется меньшой, остатокъ покажетъ столько разностей, сколько членовъ стоитъ предъ самымъ большимъ членомъ, то есть остатокъ сей будетъ произведеніе разности на число членовъ, которые предшествуютъ большему: слѣд. ежели (67) раздѣлится остатокъ сей на число членовъ, частное будетъ разность.

Но какъ число членовъ, долженствующее предшествовать самому большому члену, превышаетъ единицою число среднихъ, которое требуется помѣстить между двумя количествами; и такъ *чтобъ найти между двумя данными числами столько среднихъ Ариѳметическихъ членовъ, сколько потребуется, надлежитъ вычесть самой меньшой изъ самаго большаго, и раздѣлить остатокъ на число среднихъ, уве-*

личенное единицею. Частное будетъ разность членовъ прогрессіи.

На примѣръ между 4 и 11 желая сыскать 8 среднихъ Ариѳметическихъ членовъ, вычитаю 4 изъ 11; остатокъ 7 дѣлю на 9 число членовъ, увеличенное единицою; частное $\frac{7}{9}$ будетъ разность, долженствующая находиться въ прогрессіи, и слѣд. искомая прогрессія будетъ ÷ 4 . $4\frac{7}{9}$. $5\frac{5}{9}$. $6\frac{3}{9}$. $7\frac{1}{9}$. $7\frac{8}{9}$. $8\frac{6}{9}$. $9\frac{4}{9}$. $10\frac{2}{9}$. 11.

Равнымъ образомъ для помѣщенія между 0 и 1 девяти среднихъ Ариѳметическихъ членовъ, надлежитъ вычесть вопервыхъ 0 изъ 1, потомъ раздѣлить остатокъ 1 на 10 число членовъ увеличенное единицою; частное $\frac{1}{10}$ или 0, 1 будетъ разность членовъ прогрессіи, и слѣд. прогрессія произойдетъ такая: ÷ 0. 0, 1. 0, 2. 0, 3. 0, 4. 0, 5. 0, 6. 0, 7. 0, 8. 0, 9. 1.

194. Изъ сего понять не трудно, что какъ бы два числа не были близки одно къ другому, можно однакожъ помѣстить всегда между ими столько среднихъ Ариѳметическихъ членовъ, сколько кому угодно.

Симъ прекратимъ рѣчь нашу о прогрессіяхъ Ариѳметическихъ, о коихъ здѣсь разсуждали мы единственно для Логариѳмовъ, имѣющихъ вскорѣ послѣдовать; чтожъ касается до дальнѣйшаго о нихъ изъясненія, то мы будемъ имѣть случай еще возвратиться къ сей матеріи.

О Прогрессіяхъ Геометрическихъ.

195. Прогрессія Геометрическая есть порядокъ членовъ, изъ которыхъ каждой содержитъ въ себѣ свой предыдущій, или самъ въ немъ содержится одинакое число разъ.

На примѣръ сей рядъ чиселъ . . . . . :

∺ 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 : 192. и проч,

есть Геометрическая прогрессія, потому что каждой членъ содержитъ свой предыдущій одно число разъ, которое здѣсь 2

Сіе число разъ называется *знаменателемъ содержанія* прогрессіи.

Четыре точки, стоящія напереди сей прогрессіи, имѣютъ тоже значеніе, какое двѣ въ прогрессіи Ариѳметической (188).

Прогрессія называется *возрастающею* или *умаляющеюся* глядя потому, какъ члены въ своемъ порядкѣ идутъ, увеличиваясь или уменьшаясь.

Мы намѣрены принимать здѣсь Геометрическую прогрессію всегда возрастающею, потому что свойства той и другой одинаковы, съ перемѣною словъ *множить* на *дѣлить* и *содержать* на *содержаться*.

Когда второй членъ содержитъ первой столько разъ, сколько въ знаменателѣ со-

держанія находится единицЪ, слѣд. онЪ состоитЪ изЪ перваго, умноженнаго на знаменателя.

Когда третій членЪ содержитЪ второй столько разЪ, сколько находится единицЪ вЪ знаменателѣ; того ради онЪ состоитЪ изЪ втораго, умноженнаго на знаменателя, и слѣдовательно изЪ перваго, умноженнаго на знаменателя и еще умноженнаго на знаменателя, то есть изЪ перваго, умноженнаго на квадратЪ или вторую степень знаменателя.

Когда четвертой членЪ содержитЪ третій столько разЪ, сколько находится единицЪ вЪ знаменателѣ; того ради онЪ состоитЪ изЪ третьяго, умноженнаго на знаменателя, и слѣдовательно состоитЪ изЪ перваго умноженнаго на квадратЪ знаменателя и еще на знаменателя, то есть умноженнаго на кубЪ или третью степень знаменателя.

На примѣрЪ вЪ предыдущей прогрессіи 6 состоитЪ изЪ перваго члена 3, умноженнаго на знаменателя 2; 12 состоитЪ изЪ перваго члена 3, умноженнаго на квадратЪ 4 знаменателя 2; 24 состоитЪ изЪ перваго члена 3, умноженнаго на кубЪ 8 знаменателя содержанія 2.

196. Разсуждая такимЪ образомЪ заключимЪ, *что каждой членЪ, какой бы*

впрочемъ не былъ, прогрессіи Геометрической, состоитъ изъ перваго, умноженнаго знаменателемъ содержанія, возвышеннымъ въ ту степень, которая означится числомъ предыдущихъ до него членовъ. И такъ ежели первой членъ прогрессіи будетъ единица, каждой другой членъ состоитъ изъ одного знаменателя, возвышеннаго въ такую степень, какая означается числомъ стоящихъ до него членовъ; потому что помноженіе на первой членъ единицу не увеличиваетъ произведенія.

Для возвышенія числа въ какую нибудь степень, на примѣръ въ седьмую, надлежитъ, по данному нами понятію о степеняхъ, умножить то число само на себя шесть разъ; такъ примѣромъ возвышая 2 въ седьмую степень, буду говорить: 2 жды 2 . . . 4, 2 жды 4 . . . . 8, 2 жды 8 . . . 16, 2 жды 16 . . . 32, 2 жды 32 . . . 64, 2 жды 64 . . . 128; сіе послѣднее произведеніе будетъ седьмая степень изъ 2. Можно однакожъ сократить дѣйствіе разными способами; на примѣръ я могу сначала взять квадратъ изъ 2, что будетъ 4, по томъ взять изъ 4 кубъ 64 и умножить его на 2, что произведетъ также 128; или могу взять кубъ изъ 2, которой есть 8, по томъ изъ 8 квадратъ 64 и умножить на 2, отъ чего произойдетъ то же 128. Словомъ, мало до того нужды, какимъ бы образомъ дѣйствіе не было производимо, лишь бы 2 было 7 разъ производителемъ произведенія.

197. И такъ по правилу, которое мы положили за основаніе (196) о составленіи всякаго члена въ прогрессіи и по слѣдующему за нимъ замѣчанію, можно

находить вЪ Геометрической прогрессіи каждой членЪ, не сыскивая предыдущихЪ: на примѣрЪ когда бы спрашивалось узнать двенадцатой членЪ вЪ слѣдующей прогрессіи,

∺ 3 : 6 : 12 : 24 : 48 и проч.

Знавши (196), что сей двенадцатой членЪ долженЪ состоять изЪ перваго, умноженнаго на знаменателя содержанія, возвышеннаго вЪ такую степень, которая означается числомЪ предыдущихЪ членовЪ, вижу, что для произведенія его, надлежитЪ умножить 3 на одиннацатую степень знаменателя 2. Для составленія же сей одиннадцатой степени, беру изЪ 2 кубЪ 8, по томЪ изЪ 8 опять кубЪ 512, что будетЪ представлять девятую степень; а наконецЪ по умноженіи 512 девятой степени знаменателя на 4 вторую степень его, произойдетЪ 2048 одиннадцатая степень изЪ 2; и слѣд. умноживЪ 2048 на 3, вЪ произведеніи получу 6144, двенадцатой членЪ данной прогрессіи.

198. Другое употребленіе сего правила состоитЪ вЪ томЪ, чтобЪ между двумя данными числами находить столько среднихЪ Геометрическихъ пропорціональныхЪ членовЪ, сколько пожелается. Пусть тре-

бовалось бы помѣстить между 4 и 64 три средніе Геометрическіе члена; для сего не многаго потребно вниманія, потому что они, какъ удобно видѣть можно, должны быть 8, 16, 32; и въ самой вещи ∺ 4 : 8 : 16 : 32 : 64 составляютъ Геометрическую прогрессію; но когда бы спрашивалось найти оные между двумя другими числами, или бы между симиже двумя 4 и 64, но другое число среднихъ Геометрическихъ, въ такомъ случаѣ не такъ то удобно они сыскиваются.

Вотъ однакожъ какимъ образомъ исчисляются они посредствомъ правила, о которомъ теперь разсуждать будемъ.

Сей вопросъ рѣшится тѣмъ, когда сыщется знаменатель содержанія, которой долженъ быть въ прогрессіи; ибо узнавши оной легко составить можно прочіе члены попеременнымъ умноженіемъ меньшаго даннаго числа на сего знаменателя.

Пусть для примѣра требовалось бы сыскать девять среднихъ Геометрическихъ членовъ между 2 и 2048.

Какъ 2048 долженъ быть по вопросу послѣднимъ членомъ въ прогрессіи Геометрической, начинающейся 2, притомъ между первымъ и послѣднимъ числомъ должны нахо-

диться девять членовъ; слѣд. 2048 состоитъ изъ перваго члена 2, умноженнаго на знаменателя, возвышеннаго въ такую степень, которая означается числомъ членовъ, простирающихся до 2048; слѣд. ежели (67) 2048 раздѣлится на первой членъ, частное покажетъ знаменателя, возвышеннаго въ ту степень, которая означается числомъ членовъ предыдущихъ до 2048; слѣд. корень сей степени будетъ знаменатель: а какъ сія степень должна быть десятая, потому что между 2 и 2048 требуется найти девять членовъ; слѣд. изъ частнаго числа, происшедшаго отъ раздѣленія самаго большаго члена 2048 на самой меньшой 2, надлежитъ извлечь корень десятой степени.

199. Поелику можно разсуждать такимъ образомъ во всѣхъ случаяхъ; то заключимъ вообще, что *для сысканія между двумя данными числами столькихъ Геометрическихъ среднихъ членовъ, сколько пожелается, надлежитъ раздѣлить большое число изъ данныхъ на меньшое, потомъ изъ частнаго извлечь корень той степени, которая означится числомъ среднихъ членовъ, усугубленнымъ единицею.*

А потому возвращаясь къ нашему примѣру, дѣлю 2048 на 2, въ частномъ выходитъ 1024; ищу изъ сего частнаго корень десятой степени (*), онъ есть 2 искомой знаменатель; и такъ для составленія девяти требуемыхъ членовъ множу первой членъ 2 попеременно на знаменателя 2, и вывожу сію прогрессію ......

∺ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 : 1024 : 2048.

Равнымъ образомъ для сысканія четырехъ Геометрическихъ среднихъ членовъ между 6 и 48, стану дѣлить 48 на 6, и изъ частнаго 8 извлеку корень пятой степени; но какъ 8 не имѣетъ настоящаго кор-

---

(*) Какъ мы не показали особеннаго способа для извлеченія корня изъ десятой степени, то скажемъ здѣсь, что о немъ также разсуждать должно, какъ о квадратномъ и кубическомъ. Квадратной корень состоитъ всегда изъ одного знака, когда предложенное число будетъ о двухъ цыфрахъ; кубической корень долженъ состоять изъ одной цыфры, когда въ предложенномъ числѣ будетъ ихъ не болѣе трехъ; равномѣрно и корень десятой степени долженъ состоять всегда изъ одной цыфры, когда въ данномъ числѣ не больше будетъ 10 знаковъ. Тоже заключеніе служить можетъ для прочихъ корней, на примѣръ корень тридцатой степени долженъ быть объ одномъ знакѣ, когда въ данномъ числѣ не болѣе ихъ будетъ 30ти: доказательствомъ сему служитъ тоже, что мы изъяснили въ разсужденіи квадратныхъ и кубическихъ корней.

ня 5 той степени, то не можно означить въ числахъ точно четырехъ Геометрическихъ членовъ между 6 и 48; можно однакожъ подойти къ сему корню весьма близко такимъ способомъ, какой показанъ былъ при извлеченіи квадратныхъ и кубическихъ корней, и о которомъ не преминемъ разсуждать въ Алгебрѣ. На сей разъ довольно и того, когда мы допустивъ что можно найти такое число, которое будучи помножено само на себя четыре раза, подходитъ весьма близко произведеніемъ своимъ къ 8, и тоже заключивъ о всякомъ другомъ числѣ и о всякомъ другомъ корнѣ скажемъ вообще, что между всякими двумя данными числами можно найти столько среднихъ Геометрическихъ членовъ, сколько потребуется въ точности или чрезъ приближеніе, и приступимъ къ изъясненію Логариѳмовъ.

О Логариѳмахъ.

200. *Логариѳмы* суть такія числа въ прогрессіи Ариѳметической, которые отвѣчаютъ членъ за членъ съ другимъ рядомъ чиселъ въ прогрессіи Геометрической. На примѣръ въ слѣдующихъ прогрессіяхъ Геометрической и Ариѳметической.

$\div\!\div$ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 и проч.

$\div$ 3 . 5 . 7 . 9 . 11 . 13 . 15 . 17 и проч.

Каждой членъ нижняго порядка называется логариѳмомъ члена верхней строки, стоящаго на сходственномъ съ нимъ мѣстѣ.

201. Одному числу можетъ отвѣчать безчисленное множество разныхъ логариѳмовъ, потому что подъ одною и тою же Геометрическою прогрессiею можно подписать множество другихъ различныхъ Ариѳметическихъ прогрессiй.

Какъ мы намѣрены разсуждать здѣсь о логариѳмахъ относительно къ пользѣ, какая происходитъ отъ нихъ при исчисленiяхъ, то оставляемъ всѣ тѣ различныя Ариѳметическiя и Геометрическiя прогрессiи, которыя могутъ между собою сравниваться; а приступимъ вдругъ къ тѣмъ, какiя приняты для составленiя таблицъ логариѳмовъ.

202. Изъ двухъ принятыхъ прогрессiй Геометрическая представляется въ десятерномъ содержанiи, а Ариѳметическая натуральнымъ порядкомъ чиселъ; именно приняты двѣ слѣдующiя прогрессiи:

$$\div\!\div 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 : 1000000$$

$$\div\ 0.\ 1.\ 2.\ 3.\ 4.\ 5.\ 6.$$

И такъ послѣ сего не трудно узнать логариѳмъ всякаго числа, изображеннаго единицою съ нѣсколькими нулями, потому что

онъ будетъ состоять всегда изъ столькаго числа единицъ, сколько находится нулей при той единицѣ.

203. Чтожъ касается до логариѳмовъ тѣхъ чиселъ, которыя состоятъ между членами десятерной прогрессіи, то вотъ какимъ образомъ онѣ опредѣляются, когда не будетъ другихъ пособій, кромѣ изъясненныхъ Ариѳметикою.

204. Изъ понятія, какое мы получили о логориѳмахъ, слѣдуетъ, что дабы узнать логариѳмъ какого нибудь числа, на примѣръ 3, надобно представить себѣ, какъ бы сіе число состояло въ принятой за основаніе прогрессіи. Но хотя въ самой вещи того не видно, чтобъ 3 имѣло часть въ Геометрической прогрессіи ∺ 1 : 10 : 100 : 1000 и проч. совсѣмъ тѣмъ явствуетъ, что ежели между 1 и 10 включится великое множество среднихъ Геометрическихъ членовъ (199); тогда, понеже числа должны простираться отъ 1 до 10 тѣмъ между собою тѣснѣе, чѣмъ будетъ больше среднихъ пропорціональныхъ Геометрическихъ членовъ, должно произойти одно изъ двухъ, или что какой нибудь изъ среднихъ членовъ будетъ точно число 3, или найдутся два стоящіе рядомъ такіе, между которыми число 3 должно содержаться, и изъ которыхъ каж-

дой тѣмъ меньше будетъ разниться съ 3, чѣмъ больше будетъ среднихъ.

Предположивъ сіе, когда равнымъ образомъ помѣстится между 0 и 1 столько же среднихъ Ариѳметическихъ членовъ, сколько среднихъ Геометрическихъ между 1 и 10; тогда, поелику каждой членъ Геометрической прогрессіи имѣетъ логариѳмомъ соотвѣтствующій ему Ариѳметической, должно принимать за логариѳмъ 3 число, состоящее въ Ариѳметической протрессіи на томъ же мѣстѣ, на какомъ число 3 находится въ Геометрической; или въ случаѣ, ежели 3 не будетъ точно членомъ сей прогрессіи, принимать за логариѳмъ его тотъ членъ прогрессіи Ариѳметической, которой соотвѣтствуетъ члену Геометрической самому ближайшему къ 3.

205. И такъ, дабы получить понятіе о сочиненіи Логариѳмовъ и расположеніи ихъ въ обыкновенныхъ таблицахъ, представь себѣ, что мы пріискали 10000000 среднихъ Геометрическихъ членовъ между 1 и 10, такое же число между 10 и 100, такое же число между 100 и 1000 и проч. по томъ нашли столькожъ среднихъ Ариѳметическихъ между 0 и 1, столькожъ между 1 и 2 столькожъ между 2 и 3 и проч. и написавъ

всѣ члены Геометрической прогрессіи въ строку и всѣ члены Ариѳметической подъ ними въ другую, стали искать въ первой строкѣ число самое ближайшее къ 3 и ему соотвѣтствующее въ нижней строкѣ; равнымъ образомъ сыскали число самое ближайшее къ 2 въ верхней строкѣ и ему соотвѣтствующее въ нижней, поступая такимъ порядкомъ и съ прочими числами 4, 5, 6 и проч. наконецъ написавши въ одинъ столпецъ, какъ видѣть можно изъ нижеслѣдующей таблицы, числа 1, 2, 3, 4, 5 и проч. означили въ другомъ, которой стоитъ съ нимъ рядомъ, члены прогрессіи Ариѳметической, соотвѣтвующіе предыдущимъ числамъ, или по крайней мѣрѣ такимъ, которыя къ нимъ весьма близко подходятъ.

Таблица простыхъ Чиселъ отъ 1 до 200.

Числа.	Логариѳмы.	Числа.	Логариѳмы.	Числа	Логариѳмы.	Числа.	Логариѳмы.
0	без. отр.	30	1, 477121	60	1, 778151	90	1, 954243
1	0, 000000	31	1, 491362	61	1, 785330	91	1, 959041
2	0, 301030	32	1, 505150	62	1, 792392	92	1, 963788
3	0, 477121	33	1, 518514	63	1, 799341	93	1, 968483
4	0, 602060	34	1, 531479	64	1, 806180	94	1, 973128
5	0, 698970	35	1, 544068	65	1, 812913	95	1, 977724
6	0, 778151	36	1, 556303	66	1, 819544	96	1, 982271
7	0, 845098	37	1, 568202	67	1, 826075	97	1, 986772
8	0, 903090	38	1, 579784	68	1, 832509	98	1, 991226
9	0, 954243	39	1, 591065	69	1, 838849	99	1, 995635
10	1, 000000	40	1, 602060	70	1, 845098	100	2, 000000
11	1, 041393	41	1, 612784	71	1, 851258	101	2, 004321
12	1, 079181	42	1, 623249	72	1, 857332	102	2, 008600
13	1, 113943	43	1, 633468	73	1, 863323	103	2, 012837
14	1, 146128	44	1, 643453	74	1, 869232	104	2, 017033
15	1, 176091	45	1, 653213	75	1, 875061	105	2, 021189
16	1, 204120	46	1, 662758	76	1, 880814	106	2, 025306
17	1, 230449	47	1, 672098	77	1, 886491	107	2, 029384
18	1, 255273	48	1, 681241	78	1, 892095	108	2, 033424
19	1, 278754	49	1, 690196	79	1, 897627	109	2, 037426
20	1, 301030	50	1, 698970	80	1, 903090	110	2, 041393
21	1, 322219	51	1, 707570	81	1, 908485	111	2, 045323
22	1, 342423	52	1, 716003	82	1, 913814	112	2, 049218
23	1, 361728	53	1, 724276	83	1, 919078	113	2, 053078
24	1, 380211	54	1, 732394	84	1, 924279	114	2, 056905
25	1, 397940	55	1, 740363	85	1, 929419	115	2, 060698
26	1, 414973	56	1, 748188	86	1, 934498	116	2, 064458
27	1, 431364	57	1, 755875	87	1, 939519	117	2, 068186
28	1, 447158	58	1, 763428	88	1, 944483	118	2, 071882
29	1, 462398	59	1, 770852	89	1, 949390	119	2, 075547
30	1, 477121	60	1, 778151	90	1, 954243	120	2, 079181

Числа.	Логариѳмы.	Числа.	Логариѳмы.	Числа.	Логариѳмы.	Числа.	Логариѳмы.
120	2, 079181	140	2, 146128	160	2, 204120	180	2, 255273
121	2, 082785	141	2, 149219	161	2, 206826	181	2, 257679
122	2, 086360	142	2, 152288	162	2, 209515	182	2, 260071
123	2, 089905	143	2, 155336	163	2, 212188	183	2, 262451
124	2, 093422	144	2, 158362	164	2, 214844	184	2, 264818
125	2, 096910	145	2, 161368	165	2, 217484	185	2, 267172
126	2, 100371	146	2, 164353	166	2, 220108	186	2, 269513
127	2, 103804	147	2, 167317	167	2, 222716	187	2, 271842
128	2, 107210	148	2, 170262	168	2, 225309	188	2, 274158
129	2, 110590	149	2, 173186	169	2, 227887	189	2, 276462
130	2, 113943	150	2, 176091	170	2, 230449	190	2, 278754
131	2, 117271	151	2, 178977	171	2, 232996	191	2, 281033
132	2, 120574	152	2, 181844	172	2, 235528	192	2, 283301
133	2, 123852	153	2, 184691	173	2, 238046	193	2, 285557
134	2, 127105	154	2, 187521	174	2, 240549	194	2, 287802
135	2, 130334	155	2, 190332	175	2, 243038	195	2, 290035
136	2, 133539	156	2, 193125	176	2, 245513	196	2, 292256
137	2, 136721	157	2, 195900	177	2, 247973	197	2, 294466
138	2, 139879	158	2, 198657	178	2, 250420	198	2, 296665
139	2, 143015	159	2, 201397	179	2, 252853	199	2, 298853
140	2, 146128	160	2, 204120	180	2, 255273	200	2, 301030

Логариѳмы, содержащіеся въ сей таблицѣ, означаются шестью знаками по запятой, въ другихъ они имѣютъ ихъ по 7; но сія разность не примѣтна будетъ въ настоящемъ ихъ употребленіи.

206. Замѣтимъ при сихъ таблицахъ логариѳмовъ, что первая цыфра каждаго логариѳма называется *характеристикою* или *показателемъ*, потому что по сему знаку узнается, въ какомъ десяткѣ содержится то число, къ которому относится сей логариѳмъ.

На примѣръ когда число имѣетъ характеристикою 3, то заключаю, что оно относится къ тысячамъ, потому что логариѳмъ 1000 есть 3; а какъ логариѳмъ 10000 есть 4, почему всякое другое число, состоящее между 1000 и 10000, должно имѣть характеристикою 3 съ дробью; слѣд. она имѣетъ характеристикою 3, а прочія числа изображаютъ дробь, приведенную въ десятичныя.

Свойства Логариѳмовъ.

Свойства логариѳмовъ, о которыхъ мы намѣрены говорить, относятся особенно къ системѣ логариѳмовъ такихъ прогрессій, изъ которыхъ Геометрическая начинается всегда единицою, а Ариѳметическая нулемъ. Въ противномъ же случаѣ выводимыя употребленія были бы не одинаковы, когда бы обѣ тѣ прогрессіи или одна которая нибудь изъ нихъ начиналась иначе: но какъ разсматриваніе сихъ послѣднихъ чуждо нашей цѣли, и для того . . .

207. Сравнимъ двѣ какія нибудь прогрессіи, изъ которыхъ бы Геометрическая начиналась единицою, а у Ариѳметической первымъ членомъ былъ нуль, на примѣръ двѣ слѣдующія прогрессіи:

∺ 1 : 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729 : 2187 : 6561, и проч.
÷ 0 . 4 . 8 . 12 . 16 . 20 . 24 . 28 . 32, и проч.

Слѣдуетъ изъ свойства и совершенной соотвѣтственности сихъ двухъ прогрессій, что сколько разъ знаменатель содержанія первой долженъ быть производителемъ къ составленію какого нибудь члена сей прогрессіи, столько же разъ разность содержанія второй должна сама съ собою сложиться, дабы вывести соотвѣтствующій членъ въ сей второй прогрессіи; на примѣръ въ членъ 2187 знаменатель 3 входитъ семь разъ въ произведеніе, и въ членъ 28 разность 4 содержится также семь разъ.

Въ самомъ дѣлѣ изъ сказаннаго (190 и 196) явствуетъ, что знаменатель содержанія бываетъ производителемъ въ какомъ нибудь членѣ первой прогрессіи столько разъ, сколько передъ нимъ находится другихъ членовъ; а во второй каждой членъ состоитъ изъ разности столько разъ взятой, сколько передъ нимъ стоитъ прочихъ членовъ. Но въ той и другой находится ихъ одно число, слѣд. и проч.

Заключимъ же изъ сего, что членъ, какой бы впрочемъ не былъ, прогрессіи Геометрической, будетъ имѣть всегда соотвѣтственнымъ себѣ въ прогрессіи Ариѳметической тотъ членъ, которой содержитъ въ себѣ разность сей послѣдней столько разъ,

сколько знаменатель будетъ производителемъ въ членѣ Геометрической.

208. Итакъ *ежели въ прогрессіи Геометрической два какіе нибудь члена помножатся между собою, а въ Ариѳметической сходственные имъ сложатся; произведеніе и сумма будутъ также два члена сходственные между собою.*

Ибо произведеніе будетъ состоять изъ знаменателя столько разъ послужившаго производителемъ, сколько разъ онъ долженъ быть производителемъ въ каждомъ изъ двухъ умноженныхъ членовъ; и сумма двухъ сложенныхъ членовъ будетъ состоять изъ разности содержанія прогрессіи Ариѳметической столько разъ сложенной, сколько разъ она входила въ сложеніе для каждаго изъ двухъ сложенныхъ членовъ; слѣд. знаменатель содержанія долженъ быть производителемъ столько разъ въ произведеніи, сколько разность сложится сама съ собою въ суммѣ, потому что въ обѣихъ прогрессіяхъ члены взяты сходственные; и такъ произведеніе и сумма будутъ соотвѣтствовать взаимно.

209. Почему чрезъ сложеніе двухъ членовъ прогрессіи Ариѳметической, можно узнать произведеніе двухъ сходственныхъ имъ

членовъ прогрессіи Геометрической, предположивъ что обѣ тѣ прогрессіи продолжены довольно.

На примѣръ сложивъ два члена 8 и 24, сходственные съ 9 и 729, получу 32 за сходственной членъ съ 6561; изъ чего заключаю, что произведеніе 729 на 9 выводитъ 6561, и сіе дѣйствительно такъ.

210. Какъ порядокъ натуральныхъ чиселъ, находящихся въ первомъ столпцѣ показанной выше таблицы, взятъ изъ прогрессіи Геометрической, начинающейся съ единицы, равно какъ логариѳмы ихъ суть сходственные съ ними члены въ прогрессіи Ариѳметической, которая начинается нулемъ; слѣд. должно изъ сего заключить, что *чрезъ сложеніе логариѳмовъ двухъ чиселъ, находится логариѳмъ произведенія ихъ.*

Употребленіе Логариѳмовъ.

211. Чтобъ сдѣлать умноженіе въ логариѳмахъ, надлежитъ сложить логариѳмъ множимаго съ логариѳмомъ множителя, сумма будетъ логариѳмъ произведенія; и для того сыскавъ сумму сію въ таблицахъ логариѳмовъ, увидишь по сторону оной произведеніе ихъ.

На примѣръ для умноженія 14 на 13.

Сыщу въ означенной выше таблицѣ, что логариѳмъ 14 есть 1, 146128

Логариѳмъ 13ти . . 1, 113943

Сумма 2, 260071

отвѣчаетъ въ той же таблицѣ числу 182, которое въ самомъ дѣлѣ есть произведеніе 14 на 13.

212. Слѣдовательно для квадрата какого нибудь числа надлежитъ удвоить его логариѳмъ, понеже для умноженія числа самаго на себя надобно логариѳмъ его сложить съ самимъ собою.

213. По той же причинѣ для куба какого нибудь числа должно утроить его логариѳмъ; и слѣд. вообще, чтобъ возвысить число въ какую нибудь степень, надлежитъ взять логариѳмъ его столько разъ, сколько находится единицъ въ числѣ означающемъ ту степень, то есть умножить логариѳмъ его на число, означающее степень; на примѣръ, чтобъ возвысить число въ седьмую степень, надобно логариѳмъ сего числа умножить на 7.

214. Почему для извлеченія квадратнаго, кубическаго, четвертой степени и проч. корня изъ предложеннаго числа, надлежитъ раздѣлить логариѳмъ сего числа на 2, 3, 4 и проч. то есть вообще на число, означающее ту степень, которая подлежитъ извлеченію.

На примѣръ когда бы требовалось найти квадратной корень изъ 144; нашедши въ таблицѣ, что логариѳмъ сего числа есть 2,158362, возьму изъ него половину 1,079181, по томъ стану искать между логариѳмами, въ какомъ мѣстѣ находится 1,079181; онъ стоитъ противъ 12, слѣд. 12 есть корень 144.

Желая знать корень седьмой степени изЪ 128, сыскиваю вЪ таблицѣ логариѳмЪ сего числа 2,107210; беру изЪ него седьмую часть, или дѣлю на 7, по томЪ смотрю между логариѳмами чему отвѣчаетЪ частное 0,301030; оно отвѣчаетЪ 2, и 2 есть дѣйствительно седьмой корень изЪ 128.

215. ЧтобЪ найти частное, произшедшее отЪ раздѣленія какого нибудь числа на другое, надлежитЪ вычесть логариѳмЪ дѣлителя изЪ логариѳма дѣлимаго, и пріискать вЪ таблицѣ, какому числу отвѣчаетЪ оставшійся логариѳмЪ; число сіе будетЪ частное.

На примѣрЪ, желая раздѣлить 187 на 17, ищу вЪ таблицѣ логариѳмы обоихЪ сихЪ чиселЪ, и нахожу. . . .

ЛогариѳмЪ	187	2,271842
———————	17	1,230449
	Разность	1,041393

отвѣчаетЪ вЪ таблицѣ 11, то есть частному числу.

Когда дѣленіе будетЪ сЪ остаткомЪ, тогда оставшійся логариѳмЪ будетЪ находиться вЪ таблицѣ отчасти только; но мы не замедлимЪ показать, что должно дѣлать вЪ такомЪ случаѣ.

Истина сего правила основывается на томЪ, что когда частное, умноженное дѣлителемЪ, должно производить дѣлимое (68); то безЪ сомнѣнія и логариѳмЪ частнаго, сложенной (210) сЪ логариѳмомЪ дѣлителя, долженЪ составить логариѳмЪ дѣлимаго; и слѣд. логариѳмЪ частнаго равенЪ логариѳму дѣлимаго безЪ логариѳма дѣлителя.

216. Послѣ всего изъясненнаго нами, не трудно понять, что для произведенія тройнаго правила въ логариѳмахъ, надлежитъ сложить логариѳмъ втораго члена съ логариѳмомъ третьяго и изъ суммы вычесть логариѳмъ перваго.

217. Замѣтимъ здѣсь, что ежели пріискивая въ обыкновенныхъ таблицахъ логариѳмъ, произшедшій по какомъ нибудь дѣйствіи, случится, что логариѳмъ сей съ логариѳмомъ таблицы будетъ разниться единицою въ послѣдней цыфрѣ; то сіе почитать за ничто, потому что логариѳмы всѣхъ чиселъ, состоящихъ между числами десятерной прогрессіи, изображаются въ десяти-миліонныхъ частяхъ.

О Числахъ, которыхъ Логариѳмы ненаходятся въ Таблицахъ.

218. Дроби и цѣлыя числа, соединенныя съ дробьми, не имѣютъ логариѳмовъ въ таблицахъ; равно какъ не находится ихъ и для корней квадратныхъ, кубическихъ и проч. такихъ чиселъ, кои не представляютъ собою совершенной степени.

Когда спрашивается логариѳмъ цѣлаго числа соединеннаго съ дробью; въ такомъ случаѣ по приведеніи всего въ дробь, надлежитъ изъ логариѳма новаго числителя вычесть логариѳмъ знаменателя.

На примѣръ желая знать логариѳмъ $8\frac{3}{11}$, ищу для $\frac{91}{11}$ чрезъ вычитанïе 1,041393 логариѳма 11 изъ 1,959041 логариѳма 91; остатокъ 0,917648 будетъ логариѳмъ $8\frac{3}{11}$, потому что $8\frac{3}{11}$ или $\frac{91}{11}$ все тоже, что 91 раздѣленное на 11 (90).

219. Ежели дробь, стоящая при цѣломъ числѣ, будетъ десятичная; въ такомъ случаѣ надлежитъ прïискать логариѳмъ предложеннаго числа безъ всякаго вниманïя къ запятой, отдѣляющей десятичныя, по томъ отнять у характеристики столько единицъ, изъ сколькихъ десятичныхъ цыфръ состоитъ данное число.

На примѣръ требуется логариѳмъ 1,53. Беру для сего логариѳмъ 153, которой есть 2,184691; а какъ логариѳмъ сей принадлежитъ къ числу во 100 разъ больше, чѣмъ 1,53, то вычитаю изъ характеристики его 2 единицы, означающïя логариѳмъ 100, что (216) сходствуетъ съ дѣленïемъ на 100, и получаю 0,184691 за логариѳмъ 1,53.

220. По той же причинѣ надлежало бы для логариѳма дроби вычитать логариѳмъ знаменателя ея изъ логариѳма числителя; но какъ вычитанïе такое сдѣлано быть не можетъ, потому что логариѳмъ знаменателя будетъ больше логариѳма числителя, и для того вычитается напротивъ логариѳмъ числителя изъ логариѳма знаменателя; остатокъ, долженствующïй означить то, чего не достаетъ къ вычитанïю, принимается за логариѳмъ дроби

и имѣетъ при себѣ сей знакъ —, которой показываетъ, что вычитаніе сдѣлано на оборотъ, и выговаривается *минусъ* или *безъ*.

Такимъ образомъ логариѳмъ дроби $\frac{11}{91}$ будетъ — 0 917648 (*).

221. Сей знакъ служитъ въ исчисленіяхъ припоминовеніемъ, что логариѳмы дробей должны употребляться противно тѣмъ правиламъ, какія предписаны для логариѳмовъ цѣлыхъ чиселъ или цѣлыхъ чиселъ, стоящихъ при дробяхъ; то есть, что при умноженіи на дробь должно вычитать логариѳмъ сей дроби, а при дѣленіи складывать.

Причиною первому служитъ то, что мы умножая на дробь, множимъ сначала числителемъ ея, а по томъ дѣлимъ произведеніе на знаменателя; производя дѣйствіе въ логариѳмахъ, должно сложить логариѳмъ числителя и вычесть изъ суммы логариѳмъ знаменателя, или все одно и тоже будетъ, когда вычтется только излишекъ логариѳма знаменателя въ разсужденіи логариѳма

(*) Числа, предъ которыми стоитъ знакъ —, называются отрицательными. Мы дадимъ о нихъ свѣденіе въ Алгебрѣ; а теперь во ожиданіи того предупредимъ, что тѣ, кои принимаютъ ихъ за числа меньше нуля, имѣютъ о нихъ ложное понятіе.

числителя; но сей излишекъ, какъ мы видѣли, есть самъ логариѳмъ дроби.

Касательно до дѣленія также не многаго стоитъ увѣриться въ истинѣ; ибо раздѣляя на дробь на пр. $\frac{3}{4}$, мы въ самой вещи (101) умножаемъ на $\frac{4}{3}$; слѣд. производя въ логариѳмахъ дѣйствіе, надобно сложить логариѳмъ $\frac{3}{4}$, то есть разность логариѳма 4 съ логариѳмомъ 3, или яснѣе сказать логариѳмъ числителя данной дроби съ логариѳмомъ знаменателя ея.

222 Ежели дробь, для которой требуется логариѳмъ, будетъ десятичная; въ такомъ случаѣ должно принять десятичныя числа за обыкновенныя, какъ бы у нихъ не было запятой, и пріискать соотвѣтствующій имъ логариѳмъ; по томъ отнявъ у характеристики столько единицъ, изъ сколькихъ десятичныхъ знаковъ состоитъ та дробь, поставить передъ остаткомъ знакъ —.

На примѣръ для логариѳма 0,03, ищу логариѳмъ 3, которой въ таблицѣ находится 0,477121; вычитаю его изъ 2 и передъ остаткомъ ставлю знакъ —, отъ чего выходитъ — 1,522879 логариѳмъ 0,03.

223. Можетъ случиться, да и весьма часто случается, что по приведеніи цѣлаго съ дробью, коему ищется логариѳмъ, въ одну

дробь, новой числитель бываетъ такое число, которое превосходитъ самое большое въ таблицахъ.

На примѣръ спрашивался бы логариѳмъ $53 \frac{821}{5704}$; то по приведеніи всего въ дробь $\frac{303133}{5704}$ нахожу, что числитель превосходитъ границы самыхъ полныхъ таблицъ.

Почему надлежитъ теперь знать, какимъ образомъ можно сыскать вообще логариѳмъ всякаго числа, превосходящаго самое большое въ таблицахъ.

Способъ, которой мы для сего покажемъ, хотя не во всей строгости точенъ, но въ обыкновенныхъ употребленіяхъ весьма достаточенъ. Приступая же къ нему, замѣтимъ.

224. 1е. Что чрезъ прибавленіе 1, 2, 3 и проч. единицъ къ характеристикѣ логариѳма какого нибудь числа, самое то число умножается на 10, 100, 1000 и проч. ибо умножить на 10 или 100 или 1000 и проч. значитъ сложить логариѳмъ 10ти, 100та или 1000чи и проч. (202 и 211).

2е. Напротивъ чрезъ вычитаніе 1, 2, 3 и проч. единицъ изъ характеристики логариѳма; число, отвѣчающее ему, дѣлится на 10, 100, 1000 и проч.

225. Предположивъ сiе, пусть для примѣра дано сыскать логариѳмъ 357859 ти.

Отдѣляю съ правой руки запятою столько цыфръ, сколько нужно будетъ для того, чтобъ остатокъ находился въ таблицахъ (*). Здѣсь на примѣръ отдѣлю я два, отъ чего произойдетъ 3578,59 число во 100 разъ меньше даннаго 357859.

Ищу въ таблицахъ логариѳмъ 3578, которой есть 3,5536403, беру въ самое тоже время стоящую по сторону сего логариѳма (**) разность 1214 между имъ и логариѳмомъ, послѣдующимъ за нимъ 3579; послѣ чего дѣлаю тройное правило такое: ежели на единицу разности между двумя числами 3579 и 3578,

находится разности 1214 между ихъ логариѳмами, то сколько на 0,59 разности между двумя числами 3578, 59 и 3578.

будетъ находиться разности между ихъ логариѳмами? То есть сыщу четвертой членъ въ пропорцiи, начинающейся тремя сими:

1 : 1214 = 0,59 :

Сей четвертой членъ будетъ 716,26, или просто пренебрегая десятичныя 716; прикладываю 716 къ логариѳму 3,5536403 и получаю 3,5537119 за логариѳмъ 3578.59. Теперь стоитъ только для логариѳма 357859 прибавить къ характеристикѣ найденнаго логориѳма 2 единицы, отъ чего и произойдетъ 5,5537119 желаемой логариѳмъ, потому что 357859 во 100 разъ больше 3578,59.

Когда цыфры, слѣдующiя къ отдѣленiю съ правой руки, будутъ нули; то по прiисканiи въ таблицахъ логариѳма остальной въ лѣво части, не надобно дѣлать ничего другаго, какъ только прибавить къ характеристикѣ столько единицъ, сколько отдѣлено было нулей.

(*) Мы предполагаемъ здѣсь, что читатель имѣетъ въ рукахъ обыкновенныя таблицы логариѳмовъ, простирающихся до 20000 или по крайней мѣрѣ до 10000.

(**) Разности сiи обыкновенно находятся въ таблицахъ по сторону самыхъ логариѳмовъ.

О Логариѳмахъ, которыхъ Числа не находятся въ Таблицахъ.

226. Слѣдующее изысканіе не меньше полезно предыдущаго. На примѣръ въ дѣленіи рѣдко случается, чтобъ частное было цѣлое число; а производя дѣйствіе въ логариѳмахъ, оставшійся логариѳмъ не иначе сыщется въ таблицахъ какъ тогда, когда частное будетъ цѣлое число: много находится и другихъ случаевъ такого же рода.

227. Начнемъ искать вопервыхъ, какому числу отвѣчаетъ данной логариѳмъ такой, которой превосходитъ самой большой въ таблицахъ; а по томъ такой, которой заключается въ нихъ между которыми нибудь двумя логариѳмами.

Отними у характеристики столько единицъ, сколько нужно для пріисканія въ таблицахъ первыхъ цыфръ даннаго логариѳма. Естьли всѣ цыфры логариѳма такимъ образомъ представленнаго случатся точно въ таблицахъ, то искомое число будетъ то же, какое стоитъ противъ того логариѳма съ прибавленіемъ къ нему столькихъ нулей, сколько отнято было единицъ у характеристики.

На примѣръ логариѳмъ 7,2273467 отвѣчаетъ (по отнятіи у характеристики 3 единицъ) въ точности числу 16879; изъ чего заключаю, что данной логариѳмъ 7,2273467 отвѣчаетъ 16879000.

Когда же кромѣ первыхъ цыфръ логариѳма другихъ не находится въ таблицахъ, то поступай по слѣдующему примѣру.

Дабы узнать, къ какому числу относится логариѳмъ 5,2432768, отнимаю двѣ единицы у характеристики; послѣ чего нахожу, что логариѳмъ 3, 2432768 съ перемѣною характеристики заключается между логариѳмами 1750 и 1751, слѣд. число, которому оно отвѣчаетъ, должно быть 1750 съ дробью.

А чтобъ узнать и дробь, вычитаю изъ логариѳма 3, 2432768 логариѳмъ 1750ти; разность между ими есть 2388.

По томъ взявъ также изъ таблицъ разность 2481 между логариѳмами двухъ чиселъ 1751 и 1750, дѣлаю такую посылку.

Естьли 2481 разности между логариѳмами 1751 и 1750 отвѣчаетъ одной единицѣ разности тѣхъ чиселъ,

То какой разности чиселъ должна отвѣчать разность 2388 двухъ логариѳмовъ даннаго и 1750.

Нахожу четвертымъ членомъ $\frac{2388}{2481}$; такимъ образомъ логариѳмъ 3, 2432768 принадлежитъ числу близу 1750 $\frac{2388}{2481}$, слѣд. логариѳмъ 5, 2432768 относящійся къ числу во 100 разъ больше того, которое я нашолъ, будетъ отвѣчать 175000 $\frac{238800}{2481}$, то есть 175096 $\frac{624}{2481}$, или по приведеніи въ десятичныя 175096, 25.

228. Когда же данной логариѳмъ будетъ заключаться между логариѳмами таблицъ; тогда не отнимая уже никакой единицы у характеристики, и слѣд. не прибавляя нулей по совершеніи дѣйствія, поступать впрочемъ надобно также.

229. А какъ принимаемая нами въ семъ способѣ пропорція не во всей точности испра-

на (*), и подходитъ тѣмъ ближе къ настоящей, чѣмъ искомыя числа бываютъ больше; то когда данной логариѳмъ будетъ ниже логариѳма 1500, надлежитъ для большей исправности прибавить къ характеристикѣ его столько нулей, сколько можно не переходя границъ въ таблицахъ, и сыскавъ число, которое больше всѣхъ отвѣчаетъ въ таблицахъ, отдѣлить съ правой руки запятою столько цыфръ, сколько прибавлено было единицъ къ характеристикѣ, чего часто бываетъ и довольно; но естьли случится нужда въ большемъ числѣ десятичныхъ, тогда дѣлать посылку, какъ показано выше (227), и по приведеніи четвертаго члена въ десятичныя части, поставить сіи послѣднія за тѣми десятичными, которыя уже сысканы.

На примѣръ спрашивалось бы, къ какому числу относится логариѳмъ 0, 5432725? Какъ этотъ логариѳмъ заключается между логариѳмами 3 и 4, слѣд. число, къ которому онъ принадлежитъ, гораздо ниже 1500, то съ прибавленіемъ 3 единицъ къ характеристикѣ ищу логариѳму сему отвѣчающее число, то есть логариѳму 3, 5432725; нахожу что оно заключается между логариѳмами 3493 и 3494; почему заключаю, что искомое число есть близу

(*) Мы предполагаемъ здѣсь, что разности логариѳмовъ пропорціональны разностямъ чиселъ, что однакожъ не въ точности справедливо; но подходитъ весьма близко, и особенно когда числа бываютъ даны большія. Для обыкновенныхъ употребленій нѣтъ нужды въ большей исправности.

одной тысячной 3, 493. Но когда такого приближенія не довольно еще будетъ, то взявъ разность между двумя логариѳмами даннымъ и 3493, т. е. 739; равномѣрно разность 1243 между логариѳмами 3494 и 3493, сыщу, разсуждая какъ выше (227), четвертой членъ въ сей пропорціи:

1243 : 1 = 739:

Сей четвертой по исчисленіи въ десятичныхъ найдется 0, 594; и для того искомое число будетъ 3, 493594.

Впрочемъ второе сіе приближеніе должно быть ограничено, потому что разности логариѳмовъ, которыя сами въ таблицахъ исправны только до полуединицы десяти-миліонныхъ частей, будутъ отъ сего хотя малаго недостатка не совсѣмъ точны; до трехъ десятичныхъ приближеніе можно дѣлать всегда надежно, а въ большемъ числѣ рѣдко случается когда и нужда. Замѣчаніе сіе должно управлять также употребленіемъ и той пропорціи, которую мы дѣлали (225 и 227).

230. Естьли желательно будетъ узнать, какой дроби отвѣчаетъ данной отрицательной логариѳмъ; для сего надлежитъ вычесть тотъ логариѳмъ изъ 1 или 2 или 3 или 4 и проч. единицъ, глядя потому, какъ обширны таблицы, и нашедши число отвѣчающее остальному логариѳму, отдѣлить у него съ правой руки запятою столько цыфръ, сколько употреблено было единицъ для вычитанія логариѳма.

На примѣръ спрашивалось бы, къ какой дроби принадлежитъ логариѳмъ — 1,5327325? Вычитаю 1,5327325 изъ 4, въ остаткѣ получаю 2,4672775, которой въ таблицахъ содержится между логариѳмами 293 и 294; почему заключаю, что искомая дробь должна быть между 0,0293 и 0,0294, то есть она будетъ близу одной десяти-тысячной 0,0293. Въ са-

момЪ дѣлѣ вычесть изЪ 4 данной логариѳмЪ 1,5327325 значитЪ (221) тоже, что умножить 10000 на дробь того логариѳма, или все равно, умножить дробь сїю на 10000; слѣд. найденное число будетЪ вЪ 10000 разЪ больше, и потому должно почитать его за десяти-тысячныя части.

Все сказанное нами будетЪ имѣть великое употребленїе вЪ послѣдствїи; а теперь покажемЪ отчасти нѣсколькими примѣрами тѣ выгоды, какiя получаемЪ мы отЪ логариѳмовЪ вЪ скорыхЪ и удобныхЪ выкладкахЪ.

ПРИМѢРЪ I.

Спрашивается найти частное 17954 раздѣленнаго на 12836 вЪ десяти-тысячныхЪ частяхЪ?

ЛогариѳмЪ	17954	4,2541612
———	12836	4,1084297
ОстатокЪ		0,1457315.

ОстатокЪ сей, прїисканный вЪ таблицахЪ сЪ характеристикою, увеличенною четырью единицами, отвѣчаетЪ 13987; слѣд. частное искомое есть 1,3987.

ПРИМѢРЪ II.

Требуется кубической корень изЪ 53 вЪ тысячныхЪ частяхЪ?

ЛогариѳмЪ 53	1,7242759.
Треть его (215)	0,5747586

Послѣднїй сей логариѳмЪ, прїисканный вЪ таблицахЪ сЪ характеристикою, увеличенною 3 единицами, отвѣчаетЪ 3756; и такЪ искомой корень будетЪ 3,756.

ЧтобЪ узнать пользу логариѳмовЪ довольно сего примѣра, примиѳ рѣшить показаннымЪ (146) способомЪ.

ПРИМѢРЪ III.

Требуется умножить 4,53 на 0,527?

(219) Лог. 4,53 . . . . . 0,65 0982
(222) Лог. 0,527 . . . . —0,2781894

0,3779088, которой

(227) будетЪ Лог. 2,38731.

Впрочемъ въ семъ и сему подобныхъ примѣрахъ безполезно послѣдовать предписаннымъ (219 и 222) правиламъ: довольно и того, когда сложатся логариѳмы обоихъ данныхъ чиселъ такъ, какъбы они были не десятичныя, и послѣ у найденнаго числа отдѣлится (54) столько десятичныхъ, сколько находится ихъ въ обоихъ производителяхъ.

ПРИМѢРЪ IV.

Спрашивается сыскать четыре среднїе пропорцїональные Геометрическїе члена между $2\frac{2}{3}$ и $5\frac{3}{4}$.

Надлежалобы (199) для того, чтобъ сыскать знаменателя содержанїя, долженствующаго быть въ сей прогрессїи, раздѣлить $5\frac{3}{4}$ на $2\frac{2}{3}$ и изъ частнаго извлечь пятой корень.

Но какъ въ логариѳмахъ дѣйствїе гораздо простѣе и легче, произвожу такъ. Опредѣляя логариѳмы $5\frac{3}{4}$ или $\frac{23}{4}$ и $2\frac{2}{3}$ или $\frac{8}{3}$, нахожу ихъ 0,7596678 и 0,4259687, вычитаю послѣднїй изъ перваго (216), и беру изъ остатка пятую часть (215), отъ чего получаю 0,0667398 за логариѳмъ искомаго знаменателя содержанїя. Число отвѣчающее ему близу одной десятитысячной есть 1,1661. Такимъ образомъ, чтобъ опредѣлить требуемые среднїе члены, стоитъ только умножить первой членъ $2\frac{2}{3}$ на 1,1661, потомъ произведенїе опять на 1,1661 и такъ далѣе.

Но можно сократить и сїе дѣйствїе посредствомъ логариѳмовъ, именно надобно для каждаго члена прикладывать попеременно логариѳмъ найденнаго знаменателя содержанїя къ логариѳму перваго

члена $2\frac{2}{3}$, отъ чего произойдутъ слѣдующія заключенія:

		сред. проп. члены. отвѣч. симъ логар.
Лог. $2\frac{2}{3}$	0,4259687	
съ Лог. знам. содер. . .	0,4927085	3,109
съ 2 Лог. знам. содер. .	0,5594483	3,629
съ 3 Лог. знам. содер. .	0,6261881	4,228
съ 4 Лог. знам. содер. .	0,6929279	4,931

О Дополненіи Ариѳметическомъ и его употребленіи.

231. Когда въ дѣйствіи, производимомъ въ логариѳмахъ, случится, что нѣкоторые изъ нихъ должно вычитать, тогда дѣйствіе такое можетъ перемѣниться въ простѣйшее по слѣдующему замѣчанію.

При вычитаніи какого нибудь числа изъ другаго, которое состоитъ изъ единицы и столькихъ нулей, сколько находится цыфръ въ первомъ — все дѣйствіе, какъ легко понять можно, состоитъ въ томъ, чтобъ написать разности между 9 и каждою цыфрою даннаго числа, кромѣ послѣдней, которой разность находится между 10 и ею самою.

На примѣръ при вычитаніи 526927 изъ 1000000, вычитаю поперемѣнно цыфры 5, 2, 6, 9, 2 изъ 9; а послѣднюю 7 изъ 10, и получаю 473073 за остатокъ.

Сей остатокъ есть то, что называемъ мы *Ариѳметическимъ Дополненіемъ*.

Изъ вычитанія сего, которое столь просто дѣлается, что почти за дѣйствіе почи-

тать его не можно, слѣдуетъ, что рѣшеніе, относящееся до сложенія и вычитанія многихъ чиселъ, можно приводить въ одно сложеніе.

На примѣръ требовалосъбы сложить два числа 672736, 4 6453 и вычесть изъ суммы ихъ также два числа 432752, 18675. Здѣсь по рѣшенію надлежало бы сдѣлать два сложенія и одно вычитаніе; но я перемѣняю дѣйствіе сіе на слѣдующее:

		672736
		426452
Ариѳ. Допол. 432752	. . .	567248
Допол. Ариѳ. 18675	. . .	981325
Сумма		647761

То есть складываю два первыя числа и съ ними вмѣстѣ дополненія двухъ послѣднихъ; сумма выходитъ 2647761. Надлежитъ уничтожить первую цыфру съ лѣвой руки, и оставшіяся съ правой означатъ то число, которое по рѣшеніи должно выйти.

Причину такого дѣйствія легко понять можно замѣтивъ, что естьли на мѣсто вычитанія 432752 какъ здѣсь предлагается, прибавлю Ариѳметиче кое его дополненіе, то есть 1000000 безъ 432752, тѣмъ самимъ и вычту вмѣстѣ и усугублю 1000000, то есть однимъ десяткомъ первую цыфру въ заключеніи; слѣд. для каждаго Ариѳметическаго дополненія, вводимаго въ рѣшеніе, будетъ содержаться по совершеніи его лишній десятокъ въ первой цыфрѣ.

Всякому понятно, что принаровку сему не трудно сдѣлать въ логариѳмахъ.

ПРИМѢРЪ I.

Пусть требуется раздѣлить 3760 на 79. Надлежалобы изъ логариѳма 3760 вычесть логариѳмъ 79;

но я на мѣсто такого дѣйствія, произвожу слѣдующее:

Лог. 3760	3,5751878
Дополн. Ариѳ. Лог. 79 . .	8,1023729
Сумма	11,6775607

Такимъ образомъ 1,6775607 есть логариѳмъ частнаго и отвѣчаетъ близу одной сотой 47, 59.

ПРИМѢРЪ II.

Для умноженія $\frac{675}{527}$ на $\frac{952}{377}$, надлежало бы (97) умножить 675 на 952 и 527 на 377, по томъ первое произведеніе раздѣлить на другое; но въ логариѳмахъ рѣшеніе будетъ такое:

Лог. 675	2,8293038
Лог. 952	2,9786269
Ариѳм. дополн. Лог. 527 .	7,2781894
Ариѳм. дополн. Лог. 377 .	7,4236596
Сумма	20,5097897

Слѣд. логариѳмъ произведенія долженъ быть 0,5097897, которому, съ прибавленіемъ къ характеристикѣ трехъ единицъ, отвѣчаетъ 3,234.

Дополненіе Ариѳметическое служитъ при томъ къ приведенію логариѳмовъ дробей въ такой же видъ, въ какомъ принимаемъ логариѳмы цѣлыхъ чиселъ и къ употребленію ихъ, равно какъ сихъ послѣднихъ, въ выкладкахъ. Посредствомъ сего дополненія не надобно дѣлать различія между положительными и отрицательными логариѳмами, а только помнить, что характеристика логариѳма дробей, собственно назы-

вляемая, бываетъ 10 единицами всегда больше настоящей.

На примѣръ для логариѳма дроби $\frac{3}{4}$, которая (89) есть тоже, что 3 раздѣленное на 4; на мѣсто того, чтобъ вычитать логариѳмъ 4 изъ логариѳма 3, то есть вычитать логариѳмъ 3 изъ логариѳма 4, и послѣ предъ остаткомъ ставить знакъ —, складываю съ логариѳмомъ 3 Ариѳметическое дополненіе логариѳма 4.

Лог. 3	0,4771213
Допол. Ариѳ. Лог. 4 . .	9,3979400
Сумма	9,8750013

Сумма сія есть логариѳмъ $\frac{3}{4}$, котораго характеристика больше настоящей 10 единицами. Впрочемъ характеристику сію не прежде должно уменьшать, какъ по окончаніи рѣшенія, въ которомъ такой логариѳмъ будетъ употребленъ.

Тоже правило употребляется и въ десятичныхъ дробяхъ.

На примѣръ для логариѳма дроби 0, 575, которая есть тоже что $\frac{575}{1000}$; надлежитъ сложить съ логариѳмомъ 575 дополненіе Ариѳметическое логариѳма 1000, что вообще дѣлается такъ: возьми логариѳмъ данного десятичнаго количества, какъ бы у него не было запятой, и по томъ къ характеристикѣ его прибавь столько нулей, сколько находится разности между десятью и числомъ десятичныхъ цыфръ. Примѣромъ въ настоящемъ случаѣ, къ характеристикѣ логариѳма 2,7596678 числа 575, приложу 7, разность между 10 и числомъ 3 десятичныхъ 0, 575, и получу 9, 7596678 за логариѳмъ 0, 575, подразумѣвая однакожъ характеристику 10 единицами больше.

Употребляя такимъ образомъ Ариѳметическое дополненіе вмѣсто отрицательныхъ

логариѳмовъ дробей, нѣтъ притомъ никакой трудности и находить въ таблицахъ величины ихъ въ десятичныхъ частяхъ. Какъ скоро будетъ извѣстно, что данной логариѳмъ состоитъ или содержитъ въ себѣ одно или нѣсколько Ариѳметическихъ дополненій, то равно извѣстно будетъ, что характеристика его выдетъ столькимъ числомъ десятковъ больше противу настоящей, сколько будетъ входить въ рѣшеніе Ариѳметическихъ дополненій; почему ежели она и превосходить будетъ число тѣхъ десятковъ, не мудрено уменьшить ее и пріискать число, относящееся къ тому логариѳму, и которое въ такомъ случаѣ должно уже быть цѣлое или цѣлое съ дробью.

Но какъ характеристика будетъ ниже числа десятковъ, которое бы должно въ ней заключаться, тогда должно почитать, что логариѳмъ относится къ дроби, которая сыщется слѣдующимъ образомъ. Сыщу по предписанному (226 и слѣд.), какому числу отвѣчаетъ данной логариѳмъ, по томъ отдѣлю у него съ правой руки столько цыфръ, сколько десятковъ находится лишку въ характеристикѣ.

На примѣръ естьли бы мнѣ данъ былъ 8, 7322350 логариѳмъ, произшедшій по рѣшеніи, въ которомъ

Ариѳметическое дополненіе входило одинъ только разъ, и требовалось узнать, какому числу оно отвѣчаетъ. Поелику характеристика его ниже десятка, изъ чего заключаю, что онъ относится къ дроби; иду напередъ (227) какому числу отвѣчаетъ 8, 7322350, принятой за логариѳмъ цѣлаго числа, и нахожу 539802600; потомъ отдѣливъ 10 цыфръ, получу 0, 0539802600 за величину самую ближайшую къ дроби, отвѣчающей данному логариѳму.

Но какъ весьма рѣдко случается сыскивать дроби до такой точности, тото ради для краткости, уменьшивъ разомъ характеристику даннаго логариѳма такъ, чтобъ онъ могъ заключаться между логариѳмами, которые находятся въ таблицахъ, и взявъ только число отвѣчающее ему, отдѣлю у сего числа тѣмъ меньше цыфръ, противно предыдущему правилу, чѣмъ больше отымется единицъ у характеристики.

Такимъ образомъ въ предыдущемъ примѣрѣ, уменьшивъ характеристику 5 единицами, и пріискавъ отвѣчающее число 5398, отдѣлю у него только 5 цыфръ, и получу 0,05398.

Какъ при возвышеніяхъ въ степени случается, что мы умножая (213) логариѳмъ на число означающее степень, умножаемъ вмѣстѣ и то, чѣмъ характеристика бываетъ больше противъ настоящей; того ради надлежитъ примѣчать, что ежели при составленіи куба на примѣръ, входитъ Ариѳметическое дополненіе въ данной логариѳмъ, то есть, естьли характеристика бываетъ боль-

ше 10 единицами, характеристика логариѳма куба будетъ уже больше 30 тью; равно и въ прочихъ степеняхъ; почему и на оборотъ не трудно привести ее въ настоящую, или вести для нее щотъ

Ежели при извлеченiяхъ корней будутъ входить Ариѳметическiя дополненiя въ употребляемые при рѣшенiи логариѳмы, то для избѣжанiя всякой ошибки, надлежитъ прибавлять или отнимать у характеристики столько десятковъ, сколько нужно для того, чтобъ она была больше столькими десятками, сколько находится единицъ въ числѣ, означающемъ степень корня; по томъ сообразно данному правилу раздѣлить на число степени корня, отъ чего произойдетъ характеристика только 10 единицами больше.

На примѣръ для извлеченiя кубическаго корня изъ $\frac{276}{547}$; съ логариѳмомъ 276 сложу Ариѳметическое дополненiе логариѳма 547.

Лог. 276	2,4409091
Ариѳ. Допол. Лог. 547	7.2620125
Сумма	9,7029216
котораго къ характеристикѣ прибавляю	20, ...
	29,7029216.

чтобъ сдѣлать ее больше 3 единицами, и получаю 29,7029216, котораго треть 9,9009739 есть логариѳмъ требуемаго кубическаго корня съ характеристикою, которая 10 единицами больше настоящей; и такъ сообразно вышесказанному нахожу, что сей кубической корень равняется близу одной десятитысячной 0,7961.

Таблица Вѣсу и Мѣры, и о знакахъ служащихъ къ изображенію ихъ.

Монеты.

Знаки.

р. или руб. значитъ . . . . рубль.
г. —— гр. . . . . гривна.
к. —— коп. . . . . копѣйка.
п. —— пол. . . . . полушка.

Раздѣленіе

				полушки
			1 деньга	2
		1 копѣйка	2	4
	1 гривна	10	20	40
1 рубль	10	100	200	400

Время.

д. или ден. значитъ . . . . день.
ч. —— час. . . . . часъ.
′ . . . . минута.
″ . . . . секунда.

			секунда
		1 минута	60
	1 часъ	60	3600
1 день	24	1440	86400

Вѣсъ.

б. или берк. значитЪ . . . . . берковецЪ.
п. —— пуд. . . . . пудЪ.
ф. —— фун. . . . . фунтЪ.
л. —— лот. . . . . лотЪ.
з. —— зол. . . . . золотникЪ.

				золотника
1 лотЪ				3
1 фунтЪ			32	96
1 пудЪ		40	1280	3840
1 берковецЪ	10	400	12800	38400

Мѣра хлѣба.

четв. . . . . четверть.
осм. . . . . осмина.
чет. . . . . четверикЪ.
гар. . . . . гарнецЪ.

			гарнцовЪ
1 четверикЪ			8
1 осмина		4	32
1 четверть	2	8	64

Мѣра длины.

верс. значитЪ . . . . . . версша.
саж. . . . . сажень.
ар. . . . . аршинЪ.
верш. . . . . вершокЪ.

			вершковЪ
1 аршинЪ			16
1 сажень		3	48
1 верста	500	1500	24000

Сажень раздѣленная на Аглицкіе футы.

с. или саж . . . . . сажень.
ф. —— фут. . . . . . футъ.
д. —— дюй. . . . . . дюймъ.
л. —— лин. . . . . . линѣя.
т. —— скр. . . . . . скрупулъ или точка.

				скрупуловъ
1 линѣя				10
1 дюймъ			10	100
1 футъ		12	120	1200
1 сажень	7	84	840	8400

Французская мѣра длины.

т. или тоаз. значитъ . тоазъ.
ф. —— фут. . . . . . футъ.
д. —— дюй. . . . . . дюймъ.
л. —— лин. . . . . . линѣя.
т. —— точ. . . . . . скрупулъ или точка.

				точекъ
1 линѣя				12
1 дюймъ			12	144
1 футъ		12	144	1728
1 тоазъ	6	72	864	10368

Аглицкой футъ къ Французскому содержится какъ 15 : 16.

Сажень состоитъ изъ 6 $\frac{9}{16}$ Французскихъ футовъ.

Сажень къ тоазу содержится какъ 35 : 32.

Конецъ первой Части.



ТАБЛИЦА

Начальныхъ Правилъ.

Количествомъ называется все то, что увеличиться или уменьшиться можетъ. 1.

Ариѳметика есть наука о числахъ. 2.

Единица есть такое количество, которымъ сравниваются всѣ количества одного рода. 4.

Число изображаетъ, изъ сколькихъ единицъ, или частей единицы состоитъ количество 5.

Отвлеченное число есть то, которое не относится ни къ какому роду единицъ 6.

Дѣйствительное число бываетъ всегда то, которое принадлежитъ къ какому нибудь роду единицы. *Тамъ же.*

Нумерацїя или исчисленїе есть способъ, какъ представлять и выговаривать числа. 7.

Нумерацїя основывается на семъ вообще всѣми принятомъ правилѣ, чтобъ изъ многихъ цыфръ, стоящихъ рядомъ, почитать каждую относительно къ послѣдующей за ней цыфрѣ въ десять разъ больше, а въ разсужденїи предыдущей въ десять разъ меньше. 15.

Однородныя числа принадлежатъ всегда одному роду или виду единицъ. 18.

Разнородныя числа изображаютъ такїя количества, которыя сравниваются съ разными единицами. *Тамъ же.*

Десятичныя числа суть части вдесятеро, всотеро и проч. меньше начальной единицы; цыфры, изображающїя ихъ, ставятся по правую ру-

ку единицъ, отдѣленныхъ запятою. 21.

Число становится въ десять разъ больше или меньше по мѣрѣ, какъ запятая относится черезъ цыфру назадъ или впередъ, къ правой или лѣвой сторонѣ. 28.

Сложенїе есть дѣйствїе, помощїю котораго изображаемъ однимъ числомъ цѣлую величину многихъ чиселъ одного рода. 32.

Вычитанїе есть дѣйствїе, которымъ находится остатокъ, излишекъ или разность въ двухъ числахъ одного рода. 34.

Умноженїе есть дѣйствїе, которымъ беремъ одно число столько разъ, сколько въ другомъ находится единицъ. 40.

Число, которое множится, называется *множимое*; которое множитъ, *множитель*; а то, что выходитъ по совершенїи дѣйствїя, именуется *произведенїе*.

Числа, которыя взаимно одно на другое множатся, называются *производителями*. 42.

Умноженїе есть сложенїе множимаго, повторенное столько разъ, сколько находится единицъ въ множителѣ. 43.

Произведенїе бываетъ всегда одинаковаго рода съ множимымъ. 47.

Въ умноженїи десятичныхъ частей произведенїе должно состоять изъ столькихъ десятичныхъ цыфръ, сколько находится ихъ въ обоихъ производителяхъ. 54

Дѣленїе есть дѣйствїе, которымъ ищется, сколько разъ одно число содержитъ въ себѣ другое. 58.

Число, которое дѣлится, называется *дѣлимое*; которое дѣлитъ *дѣлитель*; а то, которое по рѣшенїи находится, именуется *частное*. *Тамъ же*.

Свойство единицъ опредѣляется вообще силою вопроса, который дѣлается при дѣленїи. *Тамъ же*.

Дѣленїе десятичныхъ частей производится также, какъ и цѣлыхъ чиселъ; только должно сдѣлать ровное число десятичныхъ какъ въ дѣ-

лимомъ, такъ и дѣлителѣ. 65.

Дробью называется одна или нѣсколько частей единицы, раздѣленной на нѣкоторое число равныхъ частей. 74.

Дробь изображается двумя числами, изъ которыхъ одно показываетъ, на сколько равныхъ частей единица раздѣлена, и называется *знаменатель*; а другое означаетъ, сколько входитъ тѣхъ частей къ составленію дроби, и называется *числитель*. 76.

Числитель и знаменатель называются *двумя членами дроби*. 78.

Дробь, въ которой числитель больше своего знаменателя, заключаетъ въ себѣ больше единицы 79.

Когда дробь заключаетъ въ себѣ больше единицы, то величина ея находится раздѣленіемъ числителя на знаменателя. 80.

Цѣлое число приводится въ дробь опредѣленнаго вида помноженіемъ его на знаменателя той дроби. *Тамъ же*.

Дробь не перемѣняетъ величины своей, когда оба члена ея помножаются или дѣлятся на одно число 81 и 82.

По сему правилу приводятся дроби къ одинакому знаменателю и въ простѣйшее ихъ значеніе, или иначе сказать сокращаются. 83 84. 86.

Первое число есть то, которое не имѣетъ другаго дѣлителя, кромѣ единицы или самаго себя. 87.

Дробь можно принимать за частное дѣленія, котораго дѣлимымъ былъ бы числитель, а дѣлителемъ знаменатель. 89.

Дробь можно приводить въ десятичныя части раздѣленіемъ числителя на знаменателя (прибавивъ къ сему послѣднему столько нулей, сколько понадобится десятичныхъ). 92.

Для сложенія и вычитанія одной дроби изъ другой, надлежитъ прежде всего привести тѣ дроби къ одинакому знаменателю, потомъ складывать или вычитать числителей ихъ, и подъ

суммою или разностію подписать общаго знаменателя 94 и 95.

Для умноженія дроби на дробь, надлежитъ умножить числителя на числителя и знаменателя на знаменателя. 97.

Для раздѣленія дроби на дробь, надлежитъ умножить дробь дѣлимаго на обороченную дробь дѣлителя. 101.

Исчислить дробь значитъ сыскать величину ея въ какихъ нибудь частяхъ или сортахъ той единицы, которой представляетъ она часть. 104.

Дробь дроби равняется произведенію всѣхъ дробей, входящихъ къ изображенію ея. 108.

Сложеніе и вычитаніе разнородныхъ чиселъ отличается отъ сложенія и вычитанія однородныхъ одними только разными подраздѣленіями единицы. 110 и 111.

Число называется *нѣсколькою частію* другаго тогда, когда первое содержится во второмъ ровное число разъ. 113.

Въ умноженіи разнородныхъ чиселъ сорты одни въ разсужденіи другихъ и относительно къ начальной единицѣ почитаются за дроби. 115.

При дѣленіи разнородныхъ чиселъ надлежитъ дѣлать всегда дѣлителя однороднымъ числомъ. 122 и слѣд.

Квадратъ какого нибудь числа есть произведеніе тогоже числа, помноженнаго на самаго себя 123.

Корень квадрата есть число, которое помножено будучи само на себя, производитъ тотъ квадратъ. 124.

Когда число представляетъ несовершенной квадратъ, тогда корень его называется *глухимъ*, *ирраціональнымъ* или *несоизмѣримымъ*.

Квадратъ числа, состоящаго изъ десятковъ и единицъ, содержитъ въ себѣ *квадратъ десятковъ*, *произведеніе десятковъ на единицы дважды взятое*, *и квадратъ единицъ*. 127.

На сей истиннѣ основывается извлеченіе ква-

дратнаго корня изЪ числа, болѣе нежели о двухЪ цыфрахЪ состоящаго. 129. и слѣд.

Дабы приближиться кЪ настоящему квадратному корню числа, которое не представляетЪ собою совершеннаго квадрата, надлежитЪ приписать кЪ сему числу столько нулей вдвое, сколько понадобится десятичныхЪ вЪ корнѣ. 133.

Для извлеченія квадратнаго корня изЪ дроби, извлекается корень изЪ числителя, потомЪ изЪ знаменателя, ежели оба члена дроби представляютЪ совершенныя квадраты; когдаже нѣтЪ, то приводится дробь вЪ десятичныя части парнаго числа цыфрЪ, и потомЪ извлекается корень. 135 и слѣд.

КубЪ числа есть произведеніе тогоже числа, помноженнаго на квадратЪ его. 140.

Кубической корень какого нибудь куба есть число, которое будучи помножено на свой квадратЪ, производитЪ тотЪ кубЪ. 142

КубЪ числа, заключающаго вЪ себѣ десятки и единицы, состоитЪ *изЪ куба десятковЪ, изЪ квадрата десятковЪ трижды взятаго и умноженнаго на единицы, изЪ квадрата единицЪ трижды взятаго и умноженнаго на десятки, и изЪ куба единицЪ.* 145.

На сей истиннѣ основывается извлеченіе кубическаго корня изЪ числа, болѣе нежели о трехЪ цыфрахЪ состоящаго. 146.

Дабы приближиться кЪ настоящему кубическому корню числа, которое не представляетЪ собою совершеннаго куба, надлежитЪ приписатЪ кЪ тому числу столько нулей втрое, сколько понадобится десятичныхЪ вЪ корнѣ. 147.

Для извлеченія кубическаго корня изЪ дроби, надлежитЪ извлекать оный изЪ числителя, потомЪ изЪ знаменателя. 148 и слѣд.

Содержаніе есть заключеніе, происходящее

изъ сравненія двухъ количествъ. 152.

Армиѳметическое содержаніе состоитъ въ разности двухъ сравниваемыхъ количествъ. 153.

Геометрическое содержаніе состоитъ въ числѣ разъ, которое одно количество содержитъ въ себѣ другое. 154.

Ариѳметическое содержаніе не перемѣняется когда къ обоимъ его членамъ прибавится, или изъ обоихъ его членовъ убавится одинакое количество. 159.

Геометрическое содержаніе не перемѣняется, когда оба его члена помножаются или дѣлятся на одинакое количество. 160.

Четыре члена бываютъ въ пропорціи тогда, когда содержаніе двухъ первыхъ равно содержанію двухъ послѣднихъ. Пропорція Ариѳметическая или Геометрическая называется глядя по свойству содержаній, ее составляющихъ. 162.

Непрерывная пропорція есть та, въ которой среднїе члены равны между собою. 164.

Во всякой Ариѳметической пропорціи сумма крайнихъ членовъ равна суммѣ среднихъ. 166.

Въ непрерывной Ариѳметической пропорціи сумма крайнихъ членовъ равна двойному среднему члену. 167.

Во всякой Геометрической пропорціи произведеніе крайнихъ членовъ равно произведенію среднихъ. 168.

Въ непрерывной Геометрической пропорціи произведеніе крайнихъ членовъ равно квадрату средняго члена. *Тамъ же.*

Четвертой членъ Геометрической пропорціи равенъ произведенію втораго члена на третій, раздѣленному на первый. 169.

Когда четыре количества бываютъ таковы, что произведеніе крайнихъ равно произведенію среднихъ; тогда тѣ четыре количества состоятъ въ пропорціи. 170.

Ежели четыре количества находятся въ пропорціи, то пропорція сія

не уничтожится и тогда, когда крайнїе члены поставятся на мѣстѣ среднихъ, а среднїе на мѣстѣ крайнихъ; или перемѣнятся мѣста среднихъ и крайнихъ членовъ. 171 и 172.

Можно множить или дѣлить на одно число оба предыдущїе или оба послѣдующїе члена безъ уничтоженїя пропорцїи. 173.

Всякая перемѣна, сдѣланная въ пропорцїи такъ, что сумма предыдущаго и послѣдующаго или разность ихъ сравнивалась бы съ предыдущимъ или послѣдующимъ одинакимъ образомъ въ каждомъ содержанїи, составитъ всегда пропорцїю. 174.

Сумма или разность предыдущихъ членовъ въ пропорцїи содержится къ суммѣ или разности послѣдующихъ, какъ предыдущїй къ послѣдующему. 175.

Ежели будетъ нѣсколько разныхъ содержанїй, то сумма всѣхъ предыдущихъ членовъ къ суммѣ всѣхъ послѣдующихъ содержится такъ, какъ предыдущїй котораго нибудь содержанїя къ своему послѣдующему. 176.

Сложное содержанїе происходитъ изъ двухъ или многихъ содержанїй, перемноженныхъ между собою. 177.

Содержанїе двойное, тройное, четверное и проч. бываетъ тогда, когда оно состоитъ изъ двухъ, трехъ, четырехъ и проч. равныхъ содержанїй. 179.

Произведенїя двухъ или многихъ пропорцїй, помноженныхъ между собою, состоятъ также въ пропорцїи. 180.

Квадраты, кубы и вообще всѣ подобныя степени четырехъ количествъ, находящихся въ пропорцїи, состоятъ также въ пропорцїи. 181.

Квадратные, кубическїе и прочихъ степеней корни изъ четырехъ количествъ, находящихся въ пропорцїи, состоятъ также въ пропорцїи. 182.

Въ тройномъ правилѣ поставляется предметомъ сыскивать четвертой членъ въ пропорцїи,

которой три прочїе известны. 184.

Тройное простое правило бываетъ тогда, когда въ предолженїи заключаются только четыре члена, изъ которыхъ одинъ требуется сыскать, а прочїе три даны 184.

Тройное правило прямое есть то, въ которомъ начальныя или главныя количества бываютъ прямо пропорцїональны къ своимъ сходственнымъ. 184.

Тройное правило обратное есть то, въ которомъ начальныя количества бываютъ взаймно пропорцїональны къ своимъ сходственнымъ. 185.

Тройное правило сложное бываетъ тогда, когда въ предложенїи заключается больше трехъ извѣстныхъ членовъ; оно приводится въ одну пропорцїю сложнаго содержанїя. 186.

Въ правилѣ товарищества поставляется предметомъ раздѣлять число на многїя части въ данномъ содержанїи. 187.

Ариѳметическая прогрессїя есть порядокъ членовъ, имѣющихъ одинакую разность. 188.

Каждой членъ прогрессїи Ариѳметической возрастающей состоитъ изъ перваго, сложеннаго съ разностїю столько разъ взятою, сколько находится передъ нимъ членовъ. 190.

Прогрессїя Геометрическая есть порядокъ членовъ, изъ которыхъ каждой содержитъ въ себѣ свой послѣдующїй или самъ въ немъ содержится одинакое число разъ. 195.

Всякой членъ прогрессїи Геометрической возрастающей состоитъ изъ перваго, помноженнаго столько разъ на знаменателя содержанїя, сколько находится передъ нимъ членовъ. 196.

Логариѳмы суть числа въ прогрессїи Ариѳметической, которые отвѣчаютъ членъ за членъ равному ряду другихъ чиселъ въ прогрессїи Геометрической. 200.

При сочиненїи Логариѳмовъ, которые те-

перь находятся въ употребленiи, сравнена слѣдующая Ариѳметическая прогрессiя 0. 1. 2. 3 и проч. съ Геометрическою десятерною 1: 10: 100: 1000 и проч. 202.

Характеристика логариѳма какого нибудь числа показываетъ, въ какомъ десяткѣ состоитъ то число. 206

Сумма логариѳмовъ двухъ членовъ равна логариѳму произведенiя ихъ. 210.

Логариѳмъ всякой степени какого нибудь числа равенъ логариѳму того числа, умноженному на число, означающее ту степень. 213.

Логариѳмъ корня какого нибудь числа равенъ логариѳму того числа, раздѣленному на степень корня. 214.

Логариѳмъ частнаго числа равенъ логариѳму дѣлимаго безъ логариѳма дѣлителя. 215.

Логариѳмъ цѣлаго числа, соединеннаго съ дробью, находится чрезъ приведенiе того цѣлаго въ дробь, и вычитанiе логариѳма знаменателя изъ логариѳма числителя. 218.

Логариѳмъ дроби есть разность логариѳмовъ числителя съ знаменателемъ, предшествуемая знакомъ, которой показываетъ, что разность ту еще слѣдуетъ вычитать. Логариѳмы дробей употребляются противно тѣмъ правиламъ, которымъ послѣдуемъ при умноженiи и дѣленiи цѣлыхъ чиселъ. 220 и 221

Дополненiе Ариѳметическое какого нибудь числа есть разность, находящаяся между тѣмъ числомъ и единицою со столькими нулями, изъ скольких цыфръ состоитъ оное число. 231.

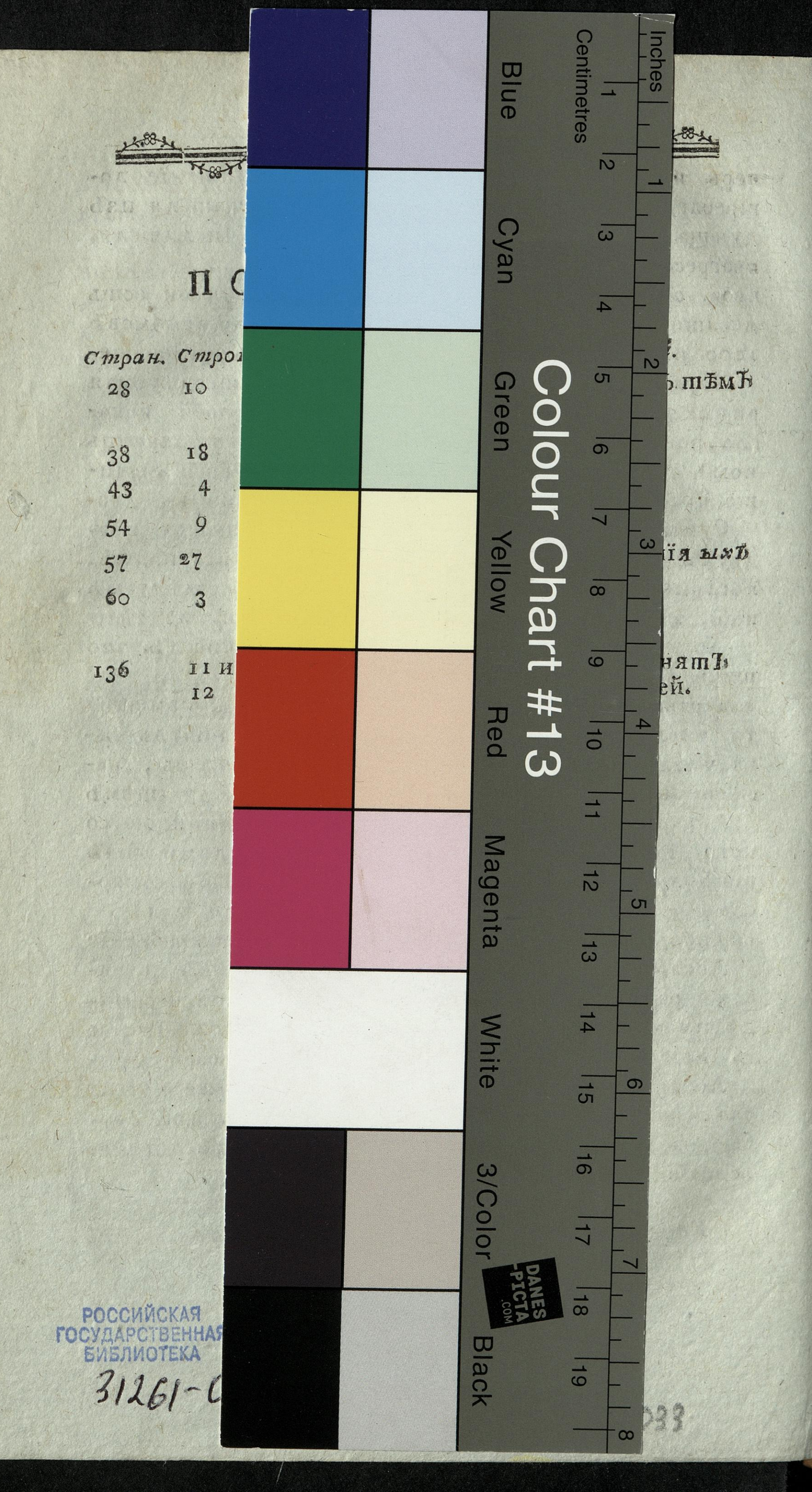
Чрезъ употребленiе Ариѳметическихъ дополненiй вычитанiя перемѣняются въ сложенiя; и логариѳмы дробей приводятся въ тѣже правила, которымъ послѣдуемъ для цѣлыхъ чиселъ. 231.

Конецъ Таблицы начальныхъ Правилъ.



ПОГРѢШНОСТИ.

Стран.	*Строк.*		*Напечатано*	*Читай.*
28	10		совсѣмъ тьмъ; дабы	совсѣмъ тѣмъ дабы
38	18		Но	По
43	4		одного	одной
54	9		$120\frac{5}{15}$	$1201\frac{5}{16}$
57	27		окончанія ихъ	окончанія ихъ
60	3		$6\frac{67}{9}$	$\frac{67}{9}$
136	11 и 12	*въ нѣкоторыхъ только напечатано*	пере- въ ней мѣнятъ	перемѣнятъ въ ней.



П О…

Стран.	Строк.	
28	10	…ъ тѣмъ
38	18	
43	4	
54	9	
57	27	…ія ихъ
60	3	
136	11 и 12	…нятъ …ей.